

Отзыв официального оппонента

о диссертации А.В. Степанова

“Структурная теория и подгруппы групп Шевалле над кольцами”

на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

по специальности

01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Исследования групп Шевалле над кольцами – важный раздел современной алгебры, интенсивно развивающийся с середины шестидесятих годов прошлого века. Знаменитая работа Х. Басса, Дж. Милнора, Ж-П. Серра по конгруэнц-проблеме и работы Х. Басса по алгебраической K -теории стали, по-видимому, первыми толчками к исследованию линейных групп над произвольными коммутативными кольцами. Решение в 1976 г. А. Суслиным и Д. Квилленом проблемы Серра послужило новым импульсом к изучению групп Шевалле над коммутативными кольцами. С тех пор в работах математиков разных стран было получено много важных и интересных результатов о строении таких групп и их связей с различными вопросами алгебры и алгебраической геометрии. Существенный вклад в это направление внесли и ленинградские-петербургские математики: З.И. Борович, А.А. Суслин, Н.А. Вавилов и их ученики, среди которых и А.В. Степанов. В настоящее время продолжается изучение групп Шевалле над кольцами как в России, так и в различных зарубежных университетах и математических центрах. Одним из важных направлений этих исследований является изучение строения подгрупп групп Шевалле над коммутативными кольцами – направление весьма актуальное, которому и посвящена диссертация А. В. Степанова.

Фундаментальными вопросами о строении группы Шевалле $G(R)$ над коммутативным кольцом R являются вопросы о структуре так называемых элементарных подгрупп $E(R)$, $E(R, \mathfrak{q})$ и подгрупп, нормализуемых группой $E(R)$, а также факторгрупп $G(R, \mathfrak{q})/E(R, \mathfrak{q})$ (где \mathfrak{q} - идеал кольца R). Понятия и методы исследования таких групп, использованные в многочисленных работах предшественников, существенно обобщаются и усиливаются в диссертации А.В. Степанова, создавая понятийный и технический фундамент, на базе которого получены как обобщения и усиления уже известных фактов, так и принципиально новые, глубокие результаты. Здесь хотелось бы выделить два замечательных и удивительных результата диссертации. Первый (Следствие 3.4.2) утверждает, что в случае односвязной группы G существует натуральное число $n = n(G)$ (зависящее только от группы G !) такое, что любой коммутатор $[a, b]$, $a \in G(R)$, $b \in E(R)$ есть

