

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию
АЛЬБЕРТА АЙДАРОВИЧА МИНГАЗОВА

«О комплексе Герстена в равнохарактеристическом случае»,
представленную на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

Важнейшим вычислительным инструментом современной алгебраической геометрии являются различные теории когомологий. Для некоторых теорий когомологий и близких к ним функторов можно построить комплекс Герстена, который в ряде случаев позволяет вычислять важные когомологические инварианты. Комплекс Герстена имеет несколько вариантов в разных контекстах. В первой главе диссертационной работы идет речь о комплексе Герстена для K -групп алгебр Адзумаия, а во второй — о комплексе Герстена для пучков с трансферами, представляющем из себя один из самых общих вариантов комплекса Герстена.

Гипотезой Герстена называется утверждение о локальной точности комплекса Герстена. Доказанная в первой главе гипотеза Герстена для K -групп алгебр Адзумаия в случае равнохарактеристического кольца обобщает гипотезу Герстена для алгебр Адзумаия над локальным кольцом геометрического типа. Во второй главе диссертационной работы доказана гипотеза Герстена для гомотопически инвариантных пучков с трансферами в случае локального кольца регулярной нётеровской k -схемы, которая обобщает теорему Воеводского о точности комплекса Герстена для гомотопически инвариантного пучка с трансферами в случае локального кольца точки гладкого многообразия над полем k . Таким образом, диссертационная работа посвящена важной и актуальной области современной алгебраической геометрии.

Цель диссертационной работы состоит в доказательстве двух вариантов гипотезы Герстена для равнохарактеристического локального кольца: для K -групп алгебры Адзумаия и для гомотопически инвариантного пучка Зарисского с трансферами. Вариант гипотезы для K -групп алгебр Адзумаия доказан в первой гла-

ве, во введении этот результат назван теоремой А (теорема 5.2 в нумерации диссертационной работы). Для доказательства диссертант адаптировал метод, разработанный И.А. Панином для доказательства классической гипотезы Герстена для K -групп в равнохарактеристическом случае. Существенное отличие от метода Панина возникает в третьем параграфе диссертационной работы, в котором автор доказывает лемму о спуске алгебры Адзумаия над равнохарактеристическим кольцом R до алгебры Адзумаия над кольцом функций гладкого многообразия, что необходимо для осуществления предельного перехода в K -когомологиях с помощью теоремы Гротендика.

Во второй главе доказывается гипотеза Герстена для гомотопически инвариантных пучков с трансферами в случае регулярной локальной нётеровой алгебры над полем k характеристики 0 (теорема В, теорема 14.3 согласно нумерации диссертационной работы). Это не полное доказательство гипотезы Герстена, ибо имеется ограничение на характеристику, однако большая часть результатов получена без этого. Доказательству гипотезы Герстена посвящен лишь последний параграф второй главы. Большую же её часть занимает построение канонического дифференциала Герстена для гомотопически инвариантного пучка Зарисского с трансферами на категории регулярных нётеровых k -схем и доказательство свойства $\partial^2 = 0$ дифференциала Герстена. Фактически, дифференциал определяется только для локального кольца, но после этого определение тривиально продолжается на любые регулярные нётеровы k -схемы, что вместе с доказанной гипотезой Герстена позволяет использовать резольвенту Герстена для вычисления когомологий гомотопически инвариантных пучков с трансферами на категории таких k -схем.

Помимо гипотезы Герстена, в процессе построения дифференциала Герстена автором доказаны некоторые результаты, представляющие интерес сами по себе. Например, отметим, что в процессе доказательства совпадения гомоморфизма Гизина и трансфера (теорема С введения и следствие 11.31 в нумерации диссертационной работы) был получен вариант теоремы сокращения в категории относительных мотивов, а также построен функтор из категории относительных мотивов в категорию мотивов Воеводского. Непосредственная про-

верка совпадения гомоморфизма Гизина и трансфера происходит в категории относительных мотивов путем явного вычисления обоих отображений. Следует заметить, что разработанный автором диссертационной работы метод может быть использован для доказательства других утверждений, в которых задействован гомоморфизм Гизина.

Таким образом, в диссертационной работе решены важные и трудные задачи алгебраической K -теории, теории мотивов и пучков с трансферами. Автор продемонстрировал свободное владение техникой алгебраической геометрии, коммутативной и гомологической алгебры, продемонстрировал высокую математическую культуру и способность к построению оригинальных конструкций. Все основные результаты работы являются новыми, получены автором самостоятельно, строго доказаны и опубликованы в трёх статьях в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК. Следует также отметить, что все основные результаты работы доложены на ведущих математических семинарах и уже хорошо известны экспертам по данной тематике.

Основные результаты работы могут быть положены в основу спецкурсов по алгебраической геометрии, теории когомологий и мотивам алгебраических многообразий на математических факультетах Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургского государственного университета, Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики».

Единственное замечание заключается в следующем: в пункте 11.4 диссертант иногда употребляет термин «пучок с трансферами» вместо «гомотопически инвариантный пучок Нисневича с трансферами», что может ввести в заблуждение неспециалиста. Кроме этого замечания, я обнаружил лишь несколько незначительных опечаток.

Текст диссертационной работы написан достаточно чётко и аккуратно. Все утверждения снабжены полными доказательствами. Выбор терминологии и обозначений, стиль изложения и оформление работы демонстрируют высокий профессионализм автора и заслуживают самой высокой оценки. Автореферат точно и полностью отражают содержание диссертации.

По моему мнению, диссертация Альберта Айдаровича Мингазова удовлетворяет всем требованиям ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации: она является научно-квалификационной работой, в которой содержится доказательство двух вариантов гипотезы Герстена, имеющих существенное значение для алгебраической K -теории и теории мотивов Воеводского. Соискатель, без сомнения, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

13 ноября 2015 г.

Официальный оппонент,

кандидат физико-математических наук,

доцент кафедры алгебры и геометрии

механико-математического факультета СГАУ

М.В. Игнатъев



Игнатъев Михаил Викторович

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)» (СГАУ),

механико-математический факультет, кафедра алгебры и геометрии

Почтовый адрес: 443011, г. Самара, ул. Ак. Павлова, 1

Телефон: 88463345438 (рабочий), 89277303298 (мобильный)

Адрес электронной почты: mihail.ignatev@gmail.com