

ОТЗЫВ
научного руководителя на кандидатскую диссертацию
Андрея Вадимовича СМОЛЕНСКОГО
на тему "Факторизации и ширина групп Шевалле
над маломерными кольцами"

Диссертация Андрея Смоленского посвящена структурной теории групп Шевалле и скрученных групп Шевалле над кольцами и связана с несколькими центральными темами теории конечных групп и асимптотической теории групп. В последние годы здесь был достигнут огромный прогресс, и прежде чем переходить непосредственно к обсуждению основных результатов диссертации, я хочу сделать несколько замечаний по поводу общего контекста.

Группы Шевалле или, что то же самое, расщепимые полупростые группы, являются важнейшим классом групп, обобщающим такие классические примеры как специальная линейная группа $SL(n, R)$, симплектическая группа $Sp(2l, R)$ или расщепимые специальные ортогональные группы $SO(n, R)$, отвечающие квадратичным формам максимального индекса Витта. Кроме того, имеются их скрученные формы, такие как унитарная группа $SU(n, R)$ и ортогональная группа $SO^*(2l, R)$, отвечающая формам субмаксимального индекса Витта, а также исключительные группы и их скрученные формы (а также неалгебраические очень скрученные формы, такие как группы Судзуки и P_i).

Эти важнейшие группы постоянно возникают в самых различных вопросах. Изначально Шевалле построил их для классификации простых алгебраических групп над алгебраически замкнутым полем. Однако в дальнейшем выяснилось, в частности, что простые группы типа Ли (т.е. группы Шевалле вместе с их скрученными аналогами) составляют основную массу простых конечных групп, кроме них возникают только знакопеременные группы и 26 маленьких спорадических групп. Ясно, поэтому, что изучению групп Шевалле и их скрученных аналогов в различных аспектах посвящено огромное количество работ.

Одно из наиболее живых и активно развивающихся направлений это построение коротких факторизаций и оценка ширины этих групп по отношению к различным типам образующих. Этим много занимались, в частности, такие знаменитые математики как Вилберд ван дер Каллен, Кейт Деннис, Леонид Васерштейн, Николай Гордеев, Ян Саксл, Мартин Либек, Ласло Пибер, Николай Николов, Ласло Бабаи и многие другие.

При этом выяснилось, что обычно ответ выглядит так: для маломерных колец существуют короткие факторизации, подобные классическим разложениям Брюа, Биркгофа и Гаусса, и имеет место конечность ширины по отношению к естественным образующим. В то же время для достаточно общих колец, в зависимости от типа задачи, часто уже для всех колец размерности >1 , ограниченное порождение нарушается. В частности, для ширины в коммутаторах подлинная причина этого была недавно вскрыта в диссертации Алексея Степанова.

Диссертация Андрея Смоленского представляет собой дальнейшее крупное продвижение в этом направлении, а именно в получении точных оценок для маломерных колец, в частности, колец удовлетворяющих подходящим условиям стабильности. В ней развиты новые методы, на основе которых удалось построить новые короткие факторизации и существенно понизить многие имеющиеся оценки ширины.

Перечислим ее основные результаты.

