

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д 002.202.01 НА БАЗЕ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
НАУКИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА им. В. А. СТЕКЛОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЁНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА
НАУК

аттестационное дело № _____

решение диссертационного совета от 16 октября 2017 года №10

О присуждении ЛЕБЕДЕВОЙ ЕЛЕНЕ АЛЕКСАНДРОВНЕ, гражданке Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация **«Всплеск-преобразование: частотно-временная локализация, разложения по системам всплесков, обратимость»** по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ принята к защите 26 июня 2017 года, протокол №6, диссертационным советом Д 002.202.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук, 191023, Россия, Санкт-Петербург, наб. реки Фонтанки, дом 27, приказ №75/нк от 15.02.2013.

Соискатель ЛЕБЕДЕВА ЕЛЕНА АЛЕКСАНДРОВНА, 1983 года рождения, в 2005 году закончила физико-математический факультет Курского государственного университета по специальности «Математика». В 2008 году закончила очную аспирантуру в Курском государственном университете. Диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «О всплесках, локализованных по времени и частоте» защитила в Диссертационном совете Д 212.038.22 на базе федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный университет» в 2008 году.

Докторская диссертация выполнена на кафедре математического анализа федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет». В настоящее время соискатель, ЛЕБЕДЕВА ЕЛЕНА АЛЕКСАНДРОВНА, работает на кафедре высшей математики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» в должности доцента.

Официальные оппоненты:

Горбачев Дмитрий Викторович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики и информатики ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет»;

Лукомский Сергей Федорович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г.Чернышевского»;

Черных Николай Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник ФГБУН «Институт математики и механики им. Н.Н.Красовского Уральского отделения Российской академии наук»

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация, ФГБОУ ВО Московский государственный университет, в своем положительном заключении, подписанном профессором кафедры общих проблем управления механико-математического факультета МГУ, член-корреспондентом РАН, доктором физико-математических наук В.Ю. Протасовым и заведующим кафедрой общих проблем управления, профессором, доктором физико-математических наук А.В. Фурсиковым и утверждённом и.о. декана механико-математического факультета, профессором, доктором физико-

математических наук В.Н. Чубариковым, указала, что к достоинствам диссертации Е.А. Лебедевой «Всплеск-преобразование: частотно-временная локализация, разложения по системам всплесков, обратимость» следует отнести несомненную научную новизну результатов, а также их полноту и практическую значимость. Результаты могут применяться в теории функций, теории приближений, в задачах сжатия и передачи информации. Математические результаты и разработанные методы достаточны для защиты докторской диссертации. Диссертация отвечает всем критериям раздела II Положения о присуждении ученых степеней, установленным для докторских диссертаций, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01.

Соискатель имеет 19 опубликованных работ, в том числе по теме диссертации опубликовано 15 статей в ведущих рецензируемых российских и международных журналах, проиндексированных в международной реферативной базе данных MathSciNet. Наиболее значимые работы:

1. Е. А. Лебедева. Безусловная сходимость разложений по фреймам всплесков // Зап. научн. сем. ПОМИ. – 2017. – Т. 456.
2. Е. А. Лебедева. Экспоненциально убывающие всплески, имеющие равномерно ограниченные константы неопределенности по параметру, определяющему гладкость // Сиб. матем. Журн. – 2008. – Т. 49. – № 3. – С. 574 - 591.
3. Е. А. Лебедева, В. Ю. Протасов. Всплески Мейера с наименьшей константой неопределенности // Матем. Заметки. – 2008. – Т. 84. – № 5. – С. 732 - 740.
4. A. V. Krivoshein, E. A. Lebedeva. Uncertainty Principle for the Cantor Dyadic Group // J. Math. Anal. Appl. – 2015. – Vol. 423. – No. 2. – P. 1231 - 1242.
5. E. A. Lebedeva. An inequality for a periodic uncertainty constant // Appl. Comput. Harmon. Anal. – 2017. – Vol. 42. – No. 2. – P. 536 - 549.
6. E. A. Lebedeva. On a connection between nonstationary and periodic wavelets // J. Math. Anal. Appl. – 2017. – Vol. 451. – No. 1. – P. 434 - 447.

7. E. A. Lebedeva. Uncertainty constants and quasispline wavelets // Appl. Comput. Harmon. Anal. – 2011. – Vol. 30. – No. 2. – P. 214 - 230.
8. E. A. Lebedeva, E. B. Postnikov. On alternative wavelet reconstruction formula: a case study of approximate wavelets // R. Soc. open sci. – 2014. – Vol. 1. – 140124.
9. E. A. Lebedeva, J. Prestin. Periodic wavelet frames and time-frequency localization // Appl. Comput. Harmon. Anal. – 2014. – Vol. 37. – No. 2. – P. 347 - 359.
10. E. Lebedeva, M. Skopina. Walsh and wavelet methods for differential equations on the Cantor group // J. Math. Anal. Appl. – 2015. – Vol. 430. – No. 2. – P. 593 - 613.

В работах соискателя

- Решена задача Ч. Чуи 1996 года о существовании семейства ортонормированных базисов всплесков, константы неопределенности (КН) которых остаются ограниченными с ростом гладкости всплеск-функций. Построенные всплеск-функции (квазисплайн всплески) экспоненциально стремятся к нулю на бесконечности, их преобразования Фурье имеют поведение $O(t^{-n})$ при t , стремящемся к бесконечности, где n – параметр семейства. КН этих функций стремятся к КН всплеск-функций Мейера, использованных при построении. Конструкция основана на линейных методах суммирования тригонометрических рядов Фурье. Широкий класс линейных методов удовлетворяет требованиям, предъявляемым конструкцией. В частности, к этому классу относятся средние Фейера, Валле-Пуссена, Рогозинского, Абеля-Пуассона, монотонные средние Валле-Пуссена.
- Найдена всплеск-функция Мейера, имеющая наименьшую возможную КН Гейзенберга. Минимизация КН сведена к выпуклой вариационной задаче, решение которой удовлетворяет нелинейному неавтономному дифференциальному уравнению второго порядка. Поскольку его аналитическое решение неизвестно, то построена последовательность

всплеск-функций Мейера, определяемых в явном виде и равномерно приближающих экстремальную всплеск-функцию Мейера.

- Построено семейство фреймов Парсеваля периодических всплесков, у которых масштабирующая последовательность имеет асимптотически минимальные КН, а всплесковая последовательность имеет наименьшие известные на текущий момент КН. Найден класс последовательностей периодических функций, в котором построенная всплесковая последовательность имеет асимптотически минимальные КН. Класс включает все гладкие периодические всплески, полученные периодизацией. Таким образом, для случая фреймов Парсеваля и масштабирующих последовательностей положительно решен вопрос, поставленный Ю. Престином, Э. Куаком в 1999 году, о существовании таких систем. Для всплесковых последовательностей вопрос решен положительно внутри класса.

- Разработан метод построения систем нестационарных всплесков, периодизация которых совпадает с исходной системой периодических всплесков, при этом нестационарные маски могут быть выбраны произвольно гладкими. В терминах масок периодических всплесков получены достаточные условия для согласованности локализаций построенной нестационарной системы и исходной периодической.

- Введено понятие КН для функций, заданных на группе Кантора, доказано существование принципа неопределенности для этой КН, вычислены значения КН для некоторых классических всплеск-функций (всплесков Лэнга), численно найдены хорошо локализованные фреймы всплесков.

- Разработан метод решения дифференциальных уравнений, в которых пространственная переменная неизвестной функции принадлежит группе Кантора, а временная действительна, в качестве производной выступает классическая и модифицированная производные Гиббса. Метод базируется на представлении распределений на группе Кантора в виде формальных

рядов по системам Уолша и Хаара. Решения найдены в классе распределений, исследованы условия, при которых решения регулярны, непрерывны и суммируемы с квадратом.

- Дано точное описание всех полиномов Уолша, порождающих жесткие фреймы всплесков в пространстве $L_2(G)$, где G – группа Виленкина. Найдены соответствующие маски всплесков, то есть решена проблема матричного продолжения, и дано точное описание всех решений этой проблемы.
- Получены достаточные условия для безусловной сходимости в пространствах L_p разложений по системе двойственных фреймов всплесков.
- Найдена альтернативная формула обращения непрерывного всплескового преобразования, которая применима даже в случае нарушения условия допустимости.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается тем фактом, что доктор физико-математических наук Д.В. Горбачев, доктор физико-математических наук С.Ф. Лукомский и доктор физико-математических наук Н.И. Черных являются крупными специалистами в областях, близких к тематике диссертации, а ведущая организация имеет в своем составе хорошо известных специалистов по теме данной диссертации.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований разработаны важные аспекты теории всплесков с акцентом на изучение ее связей с теорией функций, теорией аппроксимации и другими областями математики. Предложены новые оригинальные подходы к задаче построения масштабирующих масок, к проблеме частотно-временной локализации функций, к задаче обращения непрерывного всплескового преобразования. Доказана продуктивность новых подходов, с помощью которых получены актуальные содержательные научные результаты.

Диссертация имеет чисто теоретический характер. Теоретическая значимость работы обоснована тем, что разработанные в ней методы и подходы, а также полученные результаты вносят существенный вклад в теорию всплесков, открывают много возможностей для развития и обобщения и могут быть применены для дальнейшего исследования систем всплесков и непрерывного всплескового преобразования, в частности для изучения свойств локализованности систем, безусловной сходимости разложений, развития теории нестационарных всплесков, а также для применения непрерывного всплескового преобразования к различным прикладным задачам.

Результаты диссертации могут быть полезны в исследованиях, проводимых в МИ РАН, ПОМИ РАН, ИММ УрО РАН, ИМ СО РАН, ВЦ РАН, на математических факультетах Московского, Воронежского, Самарского, Саратовского, Санкт-Петербургского университетов и др. Некоторые разделы диссертации могут быть положены в основу специальных курсов и семинаров.

Личный вклад соискателя состоит в формулировке и доказательстве основных результатов, изложенных в диссертации, подготовке публикаций по выполненной работе. Все основные результаты диссертации получены лично соискателем.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что все полученные результаты являются новыми достоверными научными фактами, математически строго доказанными в диссертации.

На заседании 16 октября 2017 г. диссертационный совет принял решение присудить Лебедевой Елене Александровне ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 16 человек, из них 7 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 24 человек,

входящих в состав совета, проголосовали: за — 14 против — 0,
недействительных бюллетеней — 2.

Председатель
диссертационного совета
академик РАН



Ибрагимов И.А.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физ.-матем. наук

Зайцев А. Ю.

16 октября 2017 г.