МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОВЕДЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИПМаш РАН)

В.О., Большой проспект, д.61, Санкт-Петербург, 199178
Тел.: (812)-321-4778; факс: (812)-321-4771; www.ipme.ru

ОГРН 1037800003560, ИНН/КПП 7801037069/780101001

отзыв официального оппонента

на диссертацию Олега Васильевича Сарафанова
«Асимптотические и численные методы исследования квантовых волноводов и приложения к резонансному туннелированию»,
представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
по специальности 01.01.03 – математическая физика.

В диссертационной работе О.В. Сарафанова рассматривается задача Дирихле для уравнения Гельмгольца в областях, имеющих цилиндрические выходы в бесконечность, где должны выполняться условия излучения. Предложен и обоснован метод приближенного вычисления матрицы рассеяния, который использован для численного исследования резонансного туннелирования. Последнее рассматривается только в областях, имеющих два цилиндрических выхода в бесконечность и два сужения малого диаметра. В предположении, что эти диаметры стремятся к нулю построена асимптотика резонансного туннелирования, которая сравнивается с результатами вычислений.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения.

В первой главе для обоснования принципа излучения на интервале непрерывного спектра, где имеется пороговое значение спектрального параметра (при переходе через него меняется кратность непрерывного спектра), обобщен подход С.А. Назарова и Б.А. Пламеневского. А именно, в окрестности порогового значения вместо обычных "бегущих" волн вводятся видоизмененные "волны", аналитически зависящие от спектрального параметра, и с их помощью определяется "расширенная" матрица рассеяния. Количество таких волн и размер расширенной матрицы рассеяния не меняются при переходе через порог. Доказано, что расширенная матрица рассеяния аналитически зависит от спектрального параметра на всем рассматриваемом интервале, и установлена ее связь со стандартной матрицей рассеяния вне порогового значения. Это позволяет вычислить пределы нерасширенной матрицы рассеяния при стремлении спектрального параметра к пороговому значению.

Во второй главе изложен метод приближенного вычисления матрицы рассеяния. Приближение для выбранной строки матрицы отыскивается посредством минимизации некоторого квадратичного функционала, который строится в терминах решений вспомогательной краевой задачи в ограниченной области. Последняя получается обрезанием цилиндрических выходов волновода на достаточно большом расстоянии R, а на возникших торцах ставится импедансное краевое условие, которое гарантирует однозначную разрешимость получающейся задачи. Доказано, что минимизатор функционала сходится к искомой строке матрицы рассеяния с экспоненциальной скоростью, когда R стремится к бесконечности. Вложенные собственные значения не влияют на скорость сходимости, но сходимость метода замедляется при приближении спектрального параметра к порогу. Чтобы избежать этого затруднения при рассмотрении значений, сколь угодно близких к порогу, следует вычислять расширенную матрицу рассеяния, а затем, используя ее связь с исходной матрицей, получать приближение для последней. Метод вычисления расширенной матрицы рассеяния подробно обоснован и в дальнейшем применяется для численного изучения резонансного туннелирования.

В третьей главе изучается резонансное туннелирование в двумерной полосе с парой одинаковых сужений, ширина которых является малым параметром. Предельная область, заключенная между сужениями и получающаяся при стремлении ширины последних к нулю называется резонатором, а собственные числа оператора Лапласа с условием Дирихле на границе этой области – собственными числами резонатора. Для уравнения Гельмгольца с однородными условиями Дирихле (эта задача описывает рассеяние электронов на сужениях волновода) получена асимптотика решения и найдена оценка остатка, равномерная как относительно ширины сужений, так и относительно спектрального параметра в малой окрестности собственного числа резонатора. Показано, что это решение, рассматриваемое как комплекснозначная функция спектрального параметра, имеет полюс в нижней полуплоскости; его вещественная часть совпадает с положением локального максимума на графике коэффициента прохождения, а мнимая часть характеризует ширину резонансного пика. Асимптотические формулы сначала выведены для простого собственного числа резонатора и одноканального рассеяния, а затем обобщены на случай вырожденного собственного числа и нескольких каналов рассеяния.

В четвертой главе рассматривается трехмерный несимметричный волновод с двумя цилиндрическими выходами на бесконечность; сечения выходов и их оси не обязательно совпадают. В каждом выходе имеется одно сужение малого диаметра, но форма и диаметр каждого из сужений индивидуальны. Целью главы являются вывод и обоснование асимптотических формул как для решения соответствующей однородной краевой задачи так и для матрицы рассеяния, коэффициентов прохождения и отражения и для других основных характеристик резонансного туннелирования. Дан анализ влияния асимметрии волновода на асимптотику, а также изучено резонансное туннелирование в присутствии магнитного поля в случае, когда волновод является трехмерным цилиндром с двумя одинаковыми сужениями. В этом случае движение электронов описывается уравнением Паули с краевым условием Дирихле и естественными условиями излучения на бесконечности. Магнитное поле ортогонально оси волновода, а его векторный потенциал отличен от нуля только в резонаторе. При этих предположениях уравнение Паули расщепляется на два скалярных уравнения, к каждому из которых можно применить методы, развитые ранее в этой главе. В результате получено асимптотическое описание расщепления резонансных пиков благодаря магнитному полю.

Пятая глава посвящена сравнению численного и асимптотического подходов к исследованию резонансного туннелирования. Представляется, что для очень малых сужений именно асимптотика должна давать надежные результаты, а численные эксперименты затруднительны, и напротив, для достаточно широких сужений асимптотика перестает работать, а вычисления не встречают трудностей. Вообще говоря, возможна ситуация, когда на некотором интервале работает только асимптотика, а на другом – только вычислительная процедура, причем эти интервалы не перекрываются. В этом случае сравнить результаты вычислений с асимптотикой невозможно. Однако, в диссертации показано следующее; когда спектральный параметр находится между первым и вторым порогами, существует некоторый интервал значений для ширины сужений, в котором применимы оба подхода, и полученные результаты совпадают с высокой точностью. При увеличении спектрального параметра до третьего порога этот интервал заметно сужается, а при выходе за него разница между результатами вычислений и асимптотикой быстро растет. Таким образом, в диссертации построена полная картина резонансного туннелирования между первым и третьим порогами, основанная на комбинации развитых автором асимптотических и численных методов.

В результате рассмотрения диссертационной работы можно сделать следующие замечания:

1. Приведенные в диссертации результаты вычислений относятся к двумерному случаю; хотелось бы видеть аналогичные результаты для трехмерных волноводов. Чем вызвано отсутствие вычислений для этой задачи? Связано ли это с большими временными затратами, или же в этом случае результаты вычислений не согласуются с асимптотикой?

2. Метод вычисления матрицы рассеяния пригоден и для значений вблизи порогов. В диссертации упомянуты две работы в этом направлении, но обзора полученных результатов нет. Было бы желательно указать, насколько успешно метод работает в такой ситуации.

3. Как уже было отмечено, полученная асимптотика хорошо согласуется с вычислениями в интервале между первым и третьим порогами. Почему нет подобных результатов выше третьего порога? В этом нет необходимости или уточнение асимптотики слишком затратно?

4. В диссертации недостаточно подробно обсуждается рассматриваемая модель явления. В частности, выбор краевого условия Дирихле не является бесспорным. Чем диктуется выбор формы сужений? Стоило бы уделить внимание обсуждению этих вопросов.

Считаю, что приведенные выше замечания не умаляют достоинств диссертации, и она вносит существенный вклад в решение важной проблемы математической физики, которая имеет как теоретическое так и прикладное значение (последнее подтверждается двумя патентами). Работа является самостоятельным законченным фундаментальным исследованием и соответствует специальности 01.01.03 – математическая физика. Автореферат и публикации правильно отражают содержание диссертации и положения, выносимые на защиту. Результаты диссертации опубликованы в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК РФ, а также в коллективной монографии, опубликованной издательством Шпрингер.

На основании вышеизложенного заключаю, что диссертационная работа «Асимптотические и численные методы исследования квантовых волноводов и приложения к резонансному туннелированию» удовлетворяет всем требованиям действующего «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук, а её автор, Олег Васильевич Сарафанов, заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.03 – математическая физика.

Официальный оппонент
Николай Германович Кузнецов,
доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник
Лаборатории математического
моделирования волновых процессов
nikolay.g.kuznetsov@gmail.com

Подпись Кузнецова удостоверяю
Заведующая сектором кадров
О.В. Сталь
«28»