

Отзыв официального оппонента на диссертацию

Иванова Александра Валентиновича

**«Коэффициенты Сили—деВитта: диаграммная техника,
нерекурсивная формула, интеграл по путям
и теорема Атьи—Зингера—Патоли для многообразия с доменными стенками»,**

**представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.03 – математическая физика**

Диссертация Иванова А.В. посвящена исследованию коэффициентов асимптотического разложения теплового ядра. Такие объекты очень важны в современной теоретической и математической физике, в частности при исследовании петлевых разложений в квантовой теории поля или в теории аномалий. В области математики интерес к ним очень вырос после выхода статьи Атьи и Зингера об индексе оператора Дирака, поскольку этот результат связывает важные спектральные характеристики оператора и топологические характеристики многообразия. В качестве области применения можно вновь привести теорию аномалий, в которой теорема об индексе связывает аномалии четности и киральности. Одной из последних важных идей является исследование римановых многообразий с граничным условием «доменные стенки». Такое граничное условие вполне естественно и появляется в физике, к примеру, в ферромагнетиках. В связи с этим доказательство теоремы Атьи—Зингера—Патоли для таких многообразий является актуальной задачей.

Кратко проанализируем содержание диссертации. Во введении подробно изложена история вопроса, подтверждена актуальность поставленных задач, а также описана их степень исследования на сегодняшний день. Кроме того, в нем также представлены основные достижения диссертации.

В первой главе диссертант обсуждает нековариантное построение коэффициентов асимптотического разложения теплового ядра. Для этой цели он строит диаграммную технику и матричный формализм. Это позволяет избавиться от трудоемкого дифференцирования и интегрирования вдоль геодезической и перейти к работе с матрицами и матрично-значными операторами.

Во второй главе показано как предложенный диссертантом матричный формализм позволяет построение нерекуррентной формулы для следовых частей

коэффициентов Сили—ДеВитта. Эта формула очень важна, поскольку она открывает перспективы суммирования асимптотического разложения, выходящего за рамки локального разложения по степеням полей и их производных. Также во второй главе часть построено принципиально новое представление для матрично-значного ядра теплопроводности в виде интеграла по путям.

В третьей главе представлено доказательство теоремы Атьи—Зингера—Патоли для многообразий с доменными стенками. Для этого используется рекуррентная система уравнений для коэффициентов теплового ядра. Кроме того, случай доменных стенок рассмотрен не только для компонент связности Янга—Миллса, но и для римановой связности.

Наконец, в заключении перечисляются основные результаты диссертации, а также предлагаются возможные направления для дальнейшей работы. Материалы диссертации изложены в шести публикациях, удовлетворяющих всем необходимым требованиям ВАК. Важно подчеркнуть, что половина статей была опубликована без соавторов.

Все результаты диссертации получены на высоком уровне математической строгости, обычно нехарактерной для теоретической и даже математической физики. У меня нет возражений ни по одному результату автора, однако представляется, что обратной стороной медали этой строгости оказывается ряд критических замечаний концептуального и технического характера. В идеале, полученные результаты должны быть напрямую полезны при конкретном использовании. Однако, результаты диссертации сформулированы на достаточно абстрактном языке, усложняющем таковое. Например, матричные алгоритмы нерекуррентной природы для коэффициентов Сили—ДеВитта – наиболее важный и перспективный результат автора – размазаны по содержанию целых двух глав, так что попытка собрать их воедино очень трудна. Такое же замечание касается конструктивной формулировки теоремы Атьи—Зингера для случая доменных стенок. Хотелось бы иметь ответ не в виде абстрактных характеров Черна, а в терминах хорошо известных физикам объектов на доменной стенке, таких как ее внешняя кривизна и другие локальные геометрические характеристики.

К другим замечаниям относится интерпретация и смысл объекта (2.40) и его роль в представлении интеграла по путям (2.64). Казалось бы, получено новое интереснейшее представление интеграла по путям для *матрично-значного* оператора эволюции, которое должно сводиться в однокомпонентном случае к стандартному экспоненцируемому классическому действию модели в подынтегральном выражении, а этого не видно. Чисто технический вопрос касается нормировки в уравнении, следующим за (2.56), – как и почему она связана с краевым положением носителя дельта-функции в области интегрирования.

Вышеуказанные критические замечания, однако, не снижают ценности данной диссертационной работы, которая удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Автореферат правильно отражает

содержание диссертации. По результатам этой работы и публикациям ее автор Александр Валентинович Иванов безусловно заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 – математическая физика.

Официальный оппонент:

Барвинский Андрей Олегович,
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
лаборатории теории фундаментальных взаимодействий
Отделения теоретической физики им. И.Е. Тамма,
ФГБУН Физический институт им. П.Н. Лебедева
Российской академии наук (ФИАН)

Адрес: 119991 Россия, Москва, Ленинский проспект, 53

Электронная почта: barvin@td.lpi.ru

Телефон: +7(499) 132-60-49

Барвинский

26.04.2021

ПОДПИСЬ ЗАВЕРЯЮ

Ученый секретарь

Колобов А.В.



27.04.2021г.