

Отзыв
официального оппонента на диссертационную работу
Коптелова Ярослава Юрьевича
"Об асимптотике собственных функций абсолютно
непрерывного спектра задачи рассеяния нескольких
заряженных квантовых частиц
представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.03 "математическая физика"

Построение координатных асимптотик собственных функций абсолютно непрерывного спектра оператора Шрёдингера системы нескольких квантовых частиц является важной теоретической задачей, в то же время имеющей и большое прикладное значение. Интерес к этой задаче возник во многом благодаря развитию исследований в области физики ядерных реакций в 40-е, 50-е годы двадцатого века. Этот интерес резко вырос после опубликования знаменитой работы Л.Д.Фаддеева, в которой была решена задача рассеяния трёх квантовых частиц в трёхмерном пространстве, взаимодействующих посредством короткодействующих (например, ядерных) парных потенциалов. При этом были написаны уравнения для компонент волновой функции и доказана их однозначная разрешимость. Работа Л.Д.Фаддеева породила большое количество работ, посвященных разнообразным вариантам этой задачи.

Тем не менее существует два класса задач многочастичного квантового рассеяния, решить которые непосредственно методами уравнений Фаддеева оказалось невозможным. Первый класс охватывает задачи рассеяния квантовых частиц в одномерном случае, даже с финитными парными потенциалами. В этом случае, вследствие специфики размерности пространства, итерации ядер интегральных уравнений Фаддеева не приводят к улучшению их свойств и, тем самым, не приводят к фредгольмовости самих уравнений. Второй класс охватывает задачи рассеяния квантовых частиц с медленно (кулоновским образом) убывающими парными потенциалами в трёхмерном пространстве. В этом случае теряется исходное понятие асимптотической свободы частиц и становится невозможным непосредственное разделение волновой функции на компоненты Фаддеева.

Существенные шаги в решении первого класса задач, даже при отсутствии теоремы существования и единственности, были сделаны в конце 1970-х годов в работах В.С.Буслаева, С.П.Меркурьева и С.П.Саликова. Предложенный ими метод впоследствии стал называться дифракционным подходом в квантовых задачах рассеяния. Этот метод получил в дальнейшем существенное развитие уже в приложении к задачам второго класса, упомянутого выше, в работах В.С.Буслаева и С.Б.Левина применительно к системам трёх одноимённо заряженных квантовых частиц в одномерном и трехмерном пространствах. При этом координатная асимптотика трёхчастичных собственных функций абсолютно непрерывного спектра была продолжена из области конфигурационного пространства, в которой эта асимптотика была известна (все частицы хорошо разделены), в систему дополнительных асимптотических областей (допускающих парные сближения). Результат был достигнут путем системы замен "ограниченных" координат на некоторые аналитические выражения, являющиеся функциями решений двухчастичных задач рассеяния. Полученная асимптотика при этом оказывалась непрерывной по всем угловым переменным в конфигурационном пространстве.

В диссертации Я.Ю.Коптелова получено существенное обобщение упомянутых выше результатов. А именно, предложен анзац для структуры асимптотики собственных функций абсолютно непрерывного спектра оператора Шрёдингера в случае системы

четырёх одноимённо заряженных квантовых частиц в трёхмерном пространстве, а также и произвольного числа N одноимённо заряженных частиц. Доказано, что невязка предложенного анзаца в уравнении Шрёдингера убывает как $1/R^{1+\varepsilon}$, $\varepsilon > 0$, где R – гипер-радиус системы, то есть убывает быстрее потенциала в любой сколь угодно малой окрестности многочастичного направления рассеяния вперёд (и убывает, как потенциал, на этом же направлении). Отметим, что уже в случае системы четырёх частиц система наборов асимптотических областей становится существенно более богатой, чем в трёхчастичном случае. В случае системы произвольного конечного числа N частиц становятся реализуемыми варианты различных многочастичных ”кластерных” и ”мультикластерных” сближений. Тем не менее, и в этом случае предложенный анзац описывает асимптотику собственных функций абсолютно непрерывного спектра оператора Шрёдингера с сохранением скорости убывания невязки.

Отметим, что в основе структуры предложенного анзаца лежит оригинальная гипотеза о замене ”ограниченных” переменных на аналитические функции кластерных решений, что является прямым обобщением идей, предложенных в работах Буслаева-Левина для системы трех заряженных частиц. Предложенная система замен является рекуррентной, то есть при рассмотрении системы N частиц считается, что решения задач рассеяния с числом частиц $1 \leq M \leq N - 1$ нам известны.

Доказательство теоремы о скорости убывания невязки основано на прямой процедуре выделения в полном выражении для невязки слагаемых вида $\langle \nabla_k(H - E)\Psi, a \rangle$, тождественно обращающихся в ноль. Здесь обозначения H и Ψ введены соответственно для оператора Шрёдингера и собственной функции непрерывного спектра в некоторой ”кластерной” подсистеме, a – постоянный вектор. Выделение слагаемых такого типа связано со структурой замен координат в предложенном анзаце. Структура замен координат основана на проведённой в более ранних работах (для задачи трёх частиц) процедуре согласования приближенных решений уравнения Шрёдингера в различных асимптотических областях в терминах слабых асимптотик. Корректность использования слабых асимптотик обосновывалась еще в ранних работах В.С.Буслаева в 1966 году. Процедура согласования приближенных решений в различных асимптотических областях явно используется Я.Ю.Коптеловым также во второй главе диссертации. Отметим, что активная работа с явными выражениями характерна для научной школы В.С.Буслаева.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию асимптотики собственных функций абсолютно непрерывного спектра системы трех трехмерных заряженных квантовых частиц при наличии парных кулоновских потенциалов притяжения. В работе используется свойственная дифракционному подходу идея выделения в конфигурационном пространстве асимптотических областей, в одной из которых справедливо приближенное решение известного типа (все частицы хорошо разделены). Выделены также параболические области, отвечающие ситуации ”почти разделения переменных” (области конфигурационного пространства, отвечающие парным сближениям). В этих параболических областях, тем самым, оказывается справедливым представление для трёхчастичной собственной функции непрерывного спектра оператора Шрёдингера в виде спектрального разложения по собственным функциям парной задачи с некоторыми весовыми функциями (плотностями). Плотности фиксируются с помощью процедуры согласования приближенных решений.

Основную сложность представляет наличие бесконечного дискретного спектра оператора Шрёдингера парных подсистем с кулоновским потенциалом притяжения. Несомненно оригинальной является идея построения ”производящей функции”, позволяющей свести учет вырождения точек дискретного кулоновского спектра и учет самого дискретного спектра к интегралу по единичной сфере и однократному суммированию лишь по главному квантовому числу. Отметим также изящный анализ модельной задачи, возникающей при вычислении нормировочного интеграла. В свою очередь, это

вычисление позволяет построить интегральные уравнения с сингулярными ядрами для плотностей и разрешить их в старшем порядке. Таким образом, фиксируется структура вклада дискретного спектра парного оператора в асимптотику трёхчастичной собственной функции непрерывного спектра. Анализ полученной бесконечной суммы осуществляется методом Пуассона. При выделении главной оценки строятся перевальные контура.

Основным результатом второй главы является выделение асимптотики совокупного вклада бесконечного дискретного спектра парной подсистемы в структуру асимптотики трёхчастичной собственной функции непрерывного спектра. Отметим, что выделенный вклад является осциллирующим и убывающим лишь степенным образом с логарифмической поправкой, в то время как каждая двухчастичная собственная функция дискретного спектра с фиксированным главным квантовым числом убывает экспоненциально на бесконечности в конфигурационном пространстве. Полученный результат несомненно является новым. На его основе может быть развита теория оценок вкладов высоковозбужденных состояний, например, в реакциях низкоэнергетического кластерного рассеяния в атомной и молекулярной физике.

В целом диссертация Я.Ю.Коптелова представляет собой содержательное и цельное исследование, актуальность которого несомненна. Результаты соответствуют мировому уровню. Они отражены полно в четырёх публикациях и докладывались на различных математических и физических семинарах и конференциях, где вызвали значительный интерес. Автореферат верно и полно отражает содержание диссертации.

Вызывает сожаление пренебрежение (незнание) автором правил языка, на котором написана диссертация. Хотя это (незнание) не уменьшает её научное содержание, оно, однако, ставит под сомнение адекватность текста.

Диссертация Я.Ю.Коптелова "Об асимптотике собственных функций абсолютно непрерывного спектра задачи рассеяния нескольких заряженных квантовых частиц" полностью соответствует требованиям "Положения о присуждении учёных степеней" в части диссертаций на степень кандидата физико-математических наук, а её автор вне всяких сомнений заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 - математическая физика.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук



Загребнов Валентин Анатольевич
2 апреля 2019 года

Адрес электронной почты: valentin.zagrebnev@univ-amu.fr
Организация: Institute of Mathematics, Marseille, France
Структурное подразделение: Группа анализа, геометрии, топологии
Должность: профессор
Адрес организации:
· Institut de Mathématiques de Marseille - AMU
· Centre de Mathématiques et Informatique - Technopôle Château-Gombert
· 39, rue F. Joliot Curie, 13453 Marseille Cedex 13, France
Телефон: (+33) 04 13 55 13 63 (bureau R331)