

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Астамура Олеговича Багапша

«Аппроксимация функций решениями  
однородных эллиптических систем второго порядка на компактах  
в комплексной плоскости и граничные свойства этих решений»

Диссертация А. О. Багапша «Аппроксимация функций решениями однородных эллиптических систем второго порядка на компактах в комплексной плоскости и граничные свойства этих решений» посвящена вопросам аппроксимации решениями однородных эллиптических систем уравнений второго порядка. Классическим оператором, определяющим систему указанного вида, является оператор Лапласа, также к классике относятся и вопросы об аппроксимации в пространствах аналитических комплекснозначных функций. основополагающими являются результаты Келдыша, Уолша; Витушкина, Мергеляна, и др.

Имеется несколько естественных направлений обобщения указанных классических результатов: можно менять как оператор, так и пространство, в норме которого происходит аппроксимация. Вопросы аппроксимации, связанные с равномерной нормой, также достаточно хорошо изучены для различных операторов. Разнообразные обобщения были получены в последние десятилетия Буавеном, Вердерой, Гардинером, Готье; из российских математиков – Мазаловым, Парамоновым и другими. В диссертации значительное внимание уделено вопросу об аппроксимации решений систем полиномами, являющимися решениями рассматриваемой системы, в метрике пространства  $C^1$  непрерывно-дифференцируемых функций. Любой эллиптический оператор сводится к оператору специального вида, имеющего два вещественных параметра. Для частного случая, когда один из этих параметров обращается в ноль, имеется результат П.В.Парамонова и К.Ю.Федоровского 1999 года, согласно которому любое решение системы с требуемой гладкостью граничной функции принадлежит замыканию полиномиальных решений тогда и только тогда, когда дополнение рассматриваемого компакта связно. Естественно возникает вопрос, справедлив ли этот же критерий и при произвольных значениях параметров. Один из основных результатов диссертации дает положительный ответ на этот вопрос.

Другой важной темой, рассматриваемой в диссертации и также связанной с классическими задачами, является задача Дирихле для эллиптических систем, обобщающая классическую задачу Дирихле для оператора Лапласа с произвольной непрерывной граничной функцией, ответ на которую был дан Лебегом. Построен класс

"патологических" областей, определяемых условием, что их граница содержит аналитическую дугу; для таких областей существуют функции на границе такие, что задача Дирихле для них неразрешима для операторов, не являющихся сильно эллиптическими. Для сильно эллиптических операторов найдены интегральные представления для решений задач Дирихле.

Полагаю, что постановки задач, изучаемых в диссертации, во многом говорят сами за себя своей связью с классическими вопросами, так что актуальность тематики диссертации не вызывает сомнений. Полученные в диссертации результаты являются новым шагом в развитии аналогов классических результатов для случаев, отличающихся рассматриваемым оператором, задающим решения, и пространством аппроксимации. Формулировки полученных результатов не всегда дают окончательные ответы на поставленные вопросы (которые могут и не существовать), однако во всех результатах диссертации проявляется некоторая их разумная общность, из-за чего результаты представляются весьма важными. Автор диссертации умело пользуется техникой, развитой в предшествовавших исследованиях, а также применяет оригинальные идеи. Так, новой и продуктивной идеей оказался подход к поиску решения сильно эллиптической системы через разложение в ряд по малым параметрам и приравнивание соответствующих коэффициентов – приём, который впечатляет не столько своей простотой и естественностью, сколько неожиданностью применения именно в этой задаче.

Ряд результатов диссертации посвящен геометрическим свойствам отображений, осуществляемых решениями изучаемых систем; получены оценки для радиуса звездообразности.

Все результаты диссертации получены самим диссертантом и являются новыми. Ко всем утверждениям, имеющимся в работе, даны строгие и полные доказательства, что делает их достоверными научными достижениями. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в научных журналах. Список публикаций содержит необходимое количество публикаций по специальности 01.01.01 в журналах из перечня ВАК. Также результаты диссертации были представлены её автором на двух международных конференциях и на семинарах по комплексному анализу в Москве, Санкт-Петербурге и Белгороде. Автореферат диссертации правильно отражает её содержание.

Диссертация неплохо структурирована и оформлена в соответствии с естественной структурой её содержания. Имеется некоторое количество опечаток, не влияющих на научное качество работы, однако иногда нежелательных по своему смыслу; так, например, на странице 2 фамилия Voivin приведена в русском написании Буаве. Более серьёзных ошибок и неточностей мной не обнаружено.

Представленная Астамуром Олеговичем Багапшем диссертация «Аппроксимация функций решениями однородных эллиптических систем второго порядка на компактах в комплексной плоскости и граничные свойства этих решений» является научно-квалификационной работой, результаты которой вносят существенный вклад в теорию аппроксимации и в теорию краевых задач. Диссертация

А.О.Багапша удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям, представляемым на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, а диссертант заслуживает присвоения ему учёной степени кандидата физико-математических наук.

Ведущий научный сотрудник Санкт-Петербургского отделения  
Математического института им. В. А. Стеклова Российской  
академии наук,

доктор физико-математических наук

Капустин Владимир Владимирович

2.04.2018

kapustin@pdmi.ras.ru

+7 812 310 71 64

ПОМИ РАН, наб. р. Фонтанки, д. 27  
Санкт-Петербург, 191023

