

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации А.А.Лишанского

«Динамика линейных операторов в пространствах аналитических функций»

Диссертация А.А.Лишанского «Динамика линейных операторов в пространствах аналитических функций» посвящена области вопросов, связанных с так называемыми гиперциклическими операторами. По-видимому, отправной точкой на современном этапе исследований по этой тематике можно считать результат Ч. Рида 1988 года, согласно которому в банаховом пространстве l^1 существует линейный оператор, не только не имеющий нетривиальных инвариантных подпространств, но такой, что орбита любого ненулевого элемента плотна во всем пространстве. Значительный интерес к этому свойству появился существенно позже, когда были обнаружены содержательные достаточные условия для гиперциклическости в гораздо более информативных терминах, чем сама исходная постановка. В результате этот круг вопросов привлек весьма широкий круг сильных математиков, и по нему теперь имеется большое число публикаций. Поэтому считаю тематику диссертации актуальной и современной.

В диссертации имеется три основных результата, и соответственно им посвящено три главы (после Введения). В главе 2 изучается вопрос о гиперциклических подпространствах, т.е. замкнутых подпространствах, все ненулевые элементы которых являются гиперциклическими для заданного оператора. Доказано существование гиперциклических подпространств у широкого класса операторов Теплица с антианалитическими символами, описываемого понятными свойствами.

Глава 3 посвящена гиперциклическим операторам, являющимся одномерными возмущениями унитарных операторов. Строится внутренняя функция в единичном круге, которой соответствует унитарный оператор, связанный с ее мерой Кларка, и для этого унитарного оператора строится одномерное возмущение, параметры которого подбираются так, чтобы в результате получился гиперциклический оператор. Суть этого результата состоит в существенно более конструктивной

процедуре построения, чем в предшествующем классе примеров такого рода, построенных Софи Гриво. Весьма нагляден ее признак гиперцикличности, используемый и в построении из диссертации: для того, чтобы оператор был гиперциклическим, достаточно, чтобы существовало полное семейство собственных векторов, соответствующих точкам единичной окружности, причем для каждого из векторов из этого семейства существовали и другие сколь угодно близкие к нему векторы также из этого семейства. Техника модельных пространств позволяет лучше понять процесс построения требуемого примера. При этом также хочется обратить внимание на то, что по вопросам о собственных векторах операторов, близких к унитарным, имеются работы Н.Г.Макарова 1980-х годов, в которых используется функциональная модель возмущений сжатий, в частности, для описания геометрических свойств собственных векторов. Представляется естественным попробовать использовать эту технику для построения ещё более явных примеров гиперциклических операторов.

В последней главе диссертации изучаются операторы Теплица с почти аналитическими символами, т.е. когда символ отличается от аналитической функции на антианалитический полином. В диссертации получены первые результаты о гиперциклическости операторов Теплица, символы которых не являются аналитическими функциями. Установлено, что для таких операторов одним из свойств, необходимых для гиперциклическости, является n -листность символа, где n – степень антианалитической части символа. Кроме этого требуется, чтобы спектр должным образом пересекал единичную окружность, и в этом месте результат диссертации оставляет зазор между необходимым и достаточным условиями. Считаю, что это направление работы требует дальнейшего углубления и развития.

Тематика диссертации лежит в русле петербургской школы анализа, представленные в ней результаты дают вклад в общую копилку нашей школы. В частности, получено еще одно новое приложение теории модельных пространств к вопросу об описании свойств операторов.

Представленная А.А.Лишанским диссертация «Динамика линейных операторов в пространствах аналитических функций» отличается высоким научным уровнем. Результаты диссертации получены самим диссертантом, четко сформулированы, строго доказаны и своевременно опубликованы. Автореферат диссертации правильно отражает её содержание. Список публикаций содержит

необходимое количество публикаций по специальности 01.01.01 в журналах из перечня ВАК.

Считаю, что диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям, представляемым на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, а диссертант заслуживает присвоения ему учёной степени кандидата физико-математических наук.

Зам. директора отдела Международный математический институт им. Л. Эйлера ФГБУН Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук,

доктор физико-математических наук

Капустин Владимир Владимирович



22.12.2016

kapustin@pdmi.ras.ru

+7 812 310 71 64

ПОМИ РАН, наб. р. Фонтанки, д. 27
Санкт-Петербург, 191023

