

Отзыв официального оппонента

на диссертацию Егорченковой Е.А.

«Вербальные отображения простых алгебраических групп над бесконечными полями»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по
специальности 01.01.06. Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Диссертация Егорченковой Е.А. « Вербальные отображения простых алгебраических групп над бесконечными полями» относится к той части теории алгебраических групп, которая примыкает к классической области теории групп - решению уравнений в группах: $w(x_1, \dots, x_n) = g$ (здесь $w(x_1, \dots, x_n)$ - слово от n переменных, а g - элемент группы G , в которой и решается данное уравнение). Примерами таких задач является классическая задача об извлечении корня степени m из элемента группы g (тогда $w = x^m$) или задача о представлении элемента g в виде коммутатора $g = [\gamma, \delta]$, $\gamma, \delta \in G$ (тогда $w = [x, y]$). Задачи о решениях уравнений в группах можно переформулировать на языке вербальных отображений $w : G^n \rightarrow G$, а именно, разрешимость уравнения $w(x_1, \dots, x_n) = g$ эквивалентна включению элемента g в образ данного отображения. В настоящее время, в работах российских и зарубежных математиков активно развивается теория вербальных отображений простых алгебраических групп и групп их точек над различными типами полей. В связи с этим, тема диссертации Егорченковой Е.А. является вполне актуальной.

Диссертация состоит из трех глав и введения. Первая и вторая глава посвящены так называемой проблеме Варинга для односвязных групп Шевалле над бесконечными полями, а именно, проблеме представления сюръективных вербальных отображений в виде произведения независимых вербальных отображений. В первой главе изучается случай произведений трёх вербальных отображений простых расщепимых алгебраических групп. Вторая глава посвящена произведению двух вербальных отображений таких групп (здесь исследование имеет дополнительную специфику, и диссертанту пришлось преодолеть серьёзные технические трудности). В диссертации доказано, что все нецентральные элементы односвязной группы Шевалле G (кроме случаев B_2 и G_2) содержатся в образе отображений $w : G^n \rightarrow G$ при условии, что $w = w_1 w_2 w_3$ - произведение трех нетривиальных слов с независимыми переменными. Этот результат является усилением известной теоремы Hui-Larsen-Shalev, в которой требуется $w = w_1 w_2 w_3 w_4$. Для групп типа B_2 , G_2 доказано, что все «большие элементы» (т.е. сопряженные элементам большой клетки Брюа) также содержатся в образе вербального отображения при $w = w_1 w_2 w_3$.

В третьей главе диссертации рассмотрен случай изотропной, но не расщепимой группы $GL_n(D)$ и вербального отображения $w : GL_n(D)^{2k} \rightarrow E_n(D)$, где $w = \prod [x_i, y_i]$ ($i=1, \dots, k$), D - некоммутативное тело, а $E_n(D)$ - группа, порожденная трансвекциями. В частности показано, что, если $n > 2$ и каждый элемент из $[D^*, D^*]$ является коммутатором, то каждый нецентральный элемент $E_n(D)$ является коммутатором элементов из $E_n(D)$. Интересно, что этот результат является, по существу, некоммутативным аналогом хорошо известной теоремы о том, что любой нецентральный элемент группы $SL_n(K) = E_n(K)$ над полем K является коммутатором (исключая случаи $SL_2(K)$, когда $|K| = 2; 3$).

Все перечисленные результаты имеют подробные доказательства, их достоверность не вызывает сомнения. Все результаты диссертации полностью опубликованы в трех статьях в журналах,

