

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
(МИАН)

119991, Москва, ул. Губкина, д. 8
Тел.: (495) 984-81-41. Факс: (495) 984-81-39. Для телеграмм: Москва, 119333, математика
E-mail: steklov@mi.ras.ru http://www.mi.ras.ru
ОКПО 02699547 ОГРН 1027739665436 ИНН/КПП 7736029594/773601001

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора по научной работе
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН
Королёв М.А.
19 июля 2022 г.



**ОТЗЫВ ведущей организации
о работе
Гордеева Алексея Сергеевича
“Приложения полиномиального метода в комбинаторике”,
представленной в качестве диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел**

В настоящей диссертации рассматривается несколько интересных задач арифметической, экстремальной и перечислительной комбинаторики, решаемых набором техник, который называется в настоящий момент полиномиальным методом. В разное время этими вопросами занимались такие математики, как Алон, Тарси, Гут, Кац, Двир, Лев, Крут, Пах, Гийсвейт, Элленберг, Тао, Хеггквист, Янссен, Карольи, Надь, Ласон, Шауз, Каул, Мадрок, Карасев, Волков, Петров и другие. Классический метод Степанова также можно отнести к данному кругу вопросов.

В первой главе диссертации обсуждается ряд результатов, связанных с известной комбинаторной теоремы о нулях Алона. Дается подробное историческое введение, позволяющее проследить за развитием основной идеи и, одновременно, почувствовать лежащие в основе данной темы мотивировки, увидеть ряд естественных приложений данной

техники. Помимо всего прочего, обсуждаются списочные и реберные хроматические числа, числа Алона—Тарси, основные понятия теории графов и гиперграфов и прочее.

Во второй главе рассматриваются различные обобщения фундаментальной гипотезы Дайсона (q —адические, коэффициенты многочленов Лорана над конечными полями и пр.), связанной и с известными интегралами Сельберга. Доказана теорема, обобщающая все предшествующие результаты (q -версию гипотезы Дайсона, ее транзитивного аналога Брессу—Гулдена, так называемую, мастер-теорему и др.) При этом доказательство проходит некоторым универсальным и, что немаловажно, более простым образом.

Третья глава посвящена числам Алона—Такси и различным хроматическим числам. Найдено точное значение прямого произведения двух циклов (=тороидальной решетки), оценки через число Алона—Такси для списочного хроматического числа прямого произведения большего числа циклов (в том числе совпадающих), а также получены другие результаты о раскрасках в терминах коэффициентов графовых многочленов. Доказательства проходят алгебраическими средствами и используют интересную технику подсчета следов степеней определенных матриц.

В четвертой главе рассматривается задача об определении списочных хроматических чисел для двудольных графов, дается обзор имеющихся здесь результатов. Получено обобщение на случай двудольных гиперграфов результатов Алона и Тарси для двудольных графов. Найдено обобщение теоремы Томассена о 2-раскрашиваемости k -регулярных k -однородных гиперграфов при k больших 3, а также показано, что такие гиперграфы являются и 2-списочно-раскрашиваемыми. Получены универсальные оценки на списочное хроматическое число полного двудольного однородного гиперграфа. Здесь также используется алгебраическая техника, изучаются коэффициенты графового многочлена или его модификаций, используется и вероятностный метод раскраски графов (с альтернированием).

Результаты диссертации могут найти применение в дискретной математике, алгебраической комбинаторике, экстремальной комбинаторике, математической кибернетике и дискретной теории вероятностей. Они могут быть интересны специалистам, работающим в СПбГУ, МФТИ, МГУ, МИАН, ИППИ и других институтах и университетах. Основное содержание диссертации опубликовано в открытой печати в четырёх работах автора. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертация хорошо написана, во введении дан достаточно полный исторический обзор по рассматриваемой тематике. Автор продемонстрировал уверенное владение методами алгебраической, экстремальной и вероятностной комбинаторики.

В диссертации имеются небольшие погрешности, например, доказательства некоторых лемм следовало бы изложить более подробно, во введении пропущено несколько запятых, не всегда приведены все требуемые ссылки. Впрочем, все эти опечатки и погрешности не имеют принципиального значения, носят характер описок и легко устраняются. Тем более, что из контекста сразу видно, о чем идет речь. Приведем список найденных неточностей:

1. В т. 1.2.2 используется еще не введенное определение $k(A_i, a_i)$.
2. В начале главы 2 хорошо бы подчеркнуть, что введенный символ (x_n) зависит еще и от числа q .
3. Стр. 22: “победной”?

Подытоживая сказанное, мы читаем, что все результаты работы обоснованы подробными доказательствами, диссертация Гордеева Алексея Сергеевича “Приложения полиномиального метода в комбинаторике” полностью соответствует специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел, вполне удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, несомненно, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв ведущей организации обсужден и одобрен на заседании отдела теории чисел Математического института им. В.А. Стеклова РАН 19 июля 2022 г.

Отзыв подготовил:

Доктор физико-математических наук
член-корреспондент РАН,
главный научный сотрудник
Отдела теории чисел МИАН



Шкредов И.Д.

Доктор физико-математических наук
академик РАН,
заведующий отделом теории чисел МИАН



Конягин С.В.