

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Математический институт им. В.А. Стеклова  
Российской академии наук  
(МИАН)

ул. Губкина, д. 8, Москва, 119991 Тел.: +7(495) 984 81 41 Факс: +7(495) 984 81 39

http://www.mi.ras.ru E-mail: steklov@mi.ras.ru

ОКПО 02699547 ОГРН 1027739665436 ИНН/КПП 7736029594/773601001

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ № 11102-\_\_\_\_\_  
на № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_

«ОТЗЫВ УТВЕРЖДАЮ»

Директор ФГБУН Математический  
институт им. В.А. Стеклова  
Российской академии наук  
академик РАН Трещёв Д. В.



28 марта 2018 г.

Отзыв ведущей организации

на диссертационную работу Болохова Тимура Анатольевича

«Расширения квадратичных форм векторного оператора

Лапласа и сингулярные возмущения оператора Шредингера»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.03 «математическая физика».

**Актуальность темы диссертации и значимость результатов.** Диссертация Т. А. Болохова посвящена исследованию свойств оператора Лапласа и его квадратичной формы на продольном и поперечном подпространствах пространства векторных функций трех переменных. Рассматриваемые в работе объекты имеют две независимые интерпретации:

С одной стороны, оператор Лапласа в трехмерном пространстве является оператором Шредингера в квантовой механике свободной скалярной или векторной частицы. При этом построенные в работе самосопряженные расширения симметрических операторов имеют смысл операторов Шредингера для векторных частиц, взаимодействующей с точечными потенциалами различного вида. Данные объекты являются предметом исследования теории сингулярных возмущений дифференциальных операторов. Представленные в работе вычисления и их возможные обобщения на случаи многоточечных и протяженных потенциалов являются интересными примерами приложений данной теории и обладают существенной значимостью для квантовой механики и теории рассеяния. Также



стоит отметить актуальность результатов работы для вариационной интерпретации квантовой механики, которая, ввиду использования квадратичных форм вместо операторов, позволяет избежать процедуры перенормировки, изначально не допускающей строгого математического описания.

С другой стороны, квадратичная форма оператора Лапласа играет роль функционала потенциальной энергии для поперечного или продольного (градиентного) векторных полей в классической электродинамике или теории поля. Расширения таких квадратичных форм могут быть проинтерпретированы как функционалы потенциальной энергии для поля, взаимодействующего с точечными источниками. Таким образом, полученные в работе результаты являются значимыми для приложений в электродинамике, теории поля, гидродинамике, а также для описания любых моделей механики, содержащих взаимодействие поперечных волн с точечными объектами.

**Степень новизны результатов и положений, выносимых на защиту.** Все основные результаты диссертации и положения, выносимые на защиту, являются новыми и значимыми для приложений в перечисленных выше областях. Представление поперечной функции через потенциалы Дебая, использованное в работе для параметризации векторных функций, известно еще с начала 20 века. Формулы для действия оператора Лапласа на такие представления и скалярного произведения, приведенные в первой части работы, также не являются новыми. Однако, существование параметризации, в которой действие оператора Лапласа на радиальные функции и скалярные произведения задаются одинаковыми дифференциальными выражениями, является уже нетривиальным предложением, доказанным в первой части работы. Данное обстоятельство позволило во второй части построить ненулевые дефектные векторы для симметрических операторов, действующих в подпространствах с орбитальным моментом  $l=1$ . И далее, с их помощью построить аналитические векторы, выражения для резольвент самосопряженных расширений радиальных операторов и симметрических операторов в трехмерных поперечных и продольных подпространствах, а также спектральные представления для радиальных операторов. Вычисленные в третьей части работы выражения для квадратичных форм на поперечном и продольном подпространствах также являются новыми и содержат нетривиальные коэффициенты, происходящие от перенормировки в соответствующих сингулярных возмущениях операторов Шредингера.

**Замечания.** К замечаниям по данной работе следует отнести очевидную опечатку и пропущенные слагаемые в промежуточной формуле (3.7). Тем не менее, ход вычислений в этом месте легко восстанавливается, а все полученные результаты раздела 3.3 является корректным. Также следует отметить, что пространства  $H_l$ , введенные в разделе 1.3.3, при  $l > 0$  являются разными экземплярами одного и того же гильбертова пространства. Это обстоятельство является интересным фактом и не отражено в работе.

**Заключение.** На основании вышеизложенного считаю, что представленная диссертация «Расширения квадратичных форм векторного оператора Лапласа и сингулярные возмущения оператора Шредингера» является значимой научно-квалификационной работой, в которой решены важные задачи в области математической физики. Она вносит существенный вклад в развитие этого направления. Результаты диссертации представляют интерес для специалистов из Московского и Санкт-Петербургского университетов, Математического института им. В.А. Стеклова РАН, Института теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова, Физического института им. П.Н. Лебедева РАН. Все основные результаты диссертации докладывались на многочисленных семинарах и конференциях, опубликованы в журналах, входящих в список ВАК. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Суммируя вышеизложенное, заключаем, что диссертация Т.А. Болохова представляет собой законченную научно-исследовательскую работу, выполненную на актуальную тему современной математической физики. Диссертация удовлетворяет требованиям "Положения о порядке присуждения ученых степеней" ВАК. По своему содержанию результаты диссертации соответствуют

п. 7 "Положения о порядке присуждения ученых степеней", а ее автор Т.А. Болохов заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 --- математическая физика.

Отзыв рассмотрен и утвержден на заседании Отдела теоретической физики ФГБУН Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук, протокол 5 от 28.03.2018 г.

Отзыв составил

доктор физико-математических наук

А.В.Зотов

Зав. Отделом Теоретической физики МИАН,

доктор физико-математических наук,

академик РАН

А.А.Славнов