ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации
Михаила Игоревича Тихомирова

О СЛОЖНОСТИ РАСПОЗНАВАНИЯ НЕКОТОРЫХ
КЛАССОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ГРАФОВ

**представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика**

Вопросы, рассматриваемые в диссертации М. И. Тихомирова, находятся на стыке дискретной геометрии и теории сложности вычислений. В диссертации рассматриваются графы, дистанционно вложимые в пространство $\mathbb{R}^d$, т.е. графы, допускающие гомоморфизм на $\mathbb{R}^d$, располагающий пары смежных вершин на единичном евклидовом расстоянии. Вообще говоря, не требуется, чтобы несмежные вершины графа переводились в точки пространства $\mathbb{R}^d$, не находящиеся на единичном евклидовом расстоянии, а также не требуется, чтобы различные вершины графа переходили в различные точки пространства $\mathbb{R}^d$. Если наложить требование о том, что евклидово расстояние между образами любых двух несмежных вершин не равно единице, то соответствующий гомоморфизм называется строгим. Инъективный гомоморфизм переводит разные вершины графа в разные элементы пространства $\mathbb{R}^d$. Соответственно, пара (строгий/нестрогий, инъективный/неинъективный) определяет один из 4-х типов дистанционно вложимых графов. При каждом фиксированном d весьма интересна и актуальна задача распознавания любого из 4-х типов графов, дистанционно вложимых в $\mathbb{R}^d$.

Существует полиномиальный алгоритм проверки дистанционной вложимости (каждой из 4-х видов) заданного графа в прямую $\mathbb{R}^1$. До результатов диссертации М. И. Тихомирова был известен результат Б. Хорвата и др. об NP-трудности всех четырех вариаций задачи распознавания дистанционной вложимости заданного графа в $\mathbb{R}^d$ для любого фиксированного $d \geq 2$. При более пристальном рассмотрении доказательства этого результата обнаруживается его ошибочность при любом $d > 2$. Дело в том, что оно использует ошибочный результат Л. Ловаса о хроматическом числе сферы определенного радиуса. Тем самым, результат из работы Б. Хорвата с соавторами требует другого доказательства при $d \geq 3$. В диссертации М. И. Тихомирова предлагается правильное доказательство данного результата.

Если $\mathcal{A}$ — некоторое подмножество множества положительных действительных чисел, то можно рассматривать $\mathcal{A}$-дистанционные графы в $\mathbb{R}^d$, которые являются обобщением вложимых графов в $\mathbb{R}^d$ в том, что расстояние между образами любых двух смежных вершин принадлежит $\mathcal{A}$. Интересно исследовать сложность задачи распознавания $\mathcal{A}$-дистанционных графов в $\mathbb{R}^d$ при различных значениях пар $(\mathcal{A}, d)$ и типах вложимости. В диссертации М. И. Тихомирова получен ряд результатов про $\mathcal{A}$-дистанционные графы в $\mathbb{R}^1$ и сложность их распознавания.

Диссертация М. И. Тихомирова состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Во введении приводятся история рассматриваемых задач, ряд ранее известных результатов, описание структуры диссертации и формулировки полученных результатов.

В первой главе доказывается NP-трудность задачи распознавания дистанционной вло-