

Отзыв официального оппонента  
на диссертационную работу Алпеева Андрея Викторовича

"Инварианты энтропийного типа для сохраняющих меру действий счетных групп", представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.08 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Для действий счетных аменабельных групп существует энтропийная теория аналогичная теории Колмогорова – Синая – Рохлина.

Для дискретной софической группы с заданной софической аппроксимацией Боуэн (2016) определил софическую энтропию действия этой группы на вероятностном пространстве с сохранением меры. Эта энтропия зависит, вообще говоря, от софической аппроксимации. Более общее определение (не требующее существования конечного образующего разбиения) было дано Керром и Ли (2014), Керром(2014).

Если группа аменабельна, то для нее софическая энтропия совпадает с энтропией Колмогорова – Синая для любой софической аппроксимации. В частности, энтропия бернуллиевской аменабельной динамической системы равна энтропии Колмогорова - Синая.

Для неаменабельных счетных групп долгое время не существовало энтропийной теории. Знаменитый пример Орнштейна – Вайса показал, что бернуллиевское действие свободной группы ранга 2 с алфавитом из двух букв факторизуется на бернуллиевское действие свободной группы ранга 2 с алфавитом из четырех букв. Для аменабельных действий это невозможно, поскольку энтропия фактора не превосходит энтропии исходной системы. Это долгое время препятствовало созданию энтропийной теории для неаменабельных групп.

Все изменилось поле появления работ Боуэна(2010), Керра и Ли, Керра (2014). Боуэн также продолжил классификацию Орнштейна – Вайса бернуллиевских аменабельных действий на большой класс групп, который включает софические группы без нетривиальных элементов конечного порядка.

Другая энтропия – энтропия Рохлина для действий счетных групп с инвариантной мерой была определена Сьюардом (2014).

Эти два направления и являются предметом исследования диссертационной работы Алпеева А.В. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

В первой главе диссертационной работы наряду с обычными понятиями и определениями эргодической теории (фактор, джойнинг, энтропия разбиения относительно  $\sigma$ -алгебры и т.д.) приводятся определения рохлинской энтропии для действий счетной группы и софической энтропии для действий софической группы. Дается определение горизонтальной софической энтропии. Отметим в этой главе доказательство совпадения софической и горизонтальной софической энтропии для эргодических действий.

Замечательные результаты получены во второй главе. Доказывается существование фактора Пинскера по отношению к рохлинской энтропии для эргодических действий. Для софической энтропии аналог этого утверждения был доказан Хейесом. Кроме того, доказывается, что эргодическое действие является слабо перемешивающим расширением фактора Пинскера.

Третья глава посвящена выводу формул для рохлинской и софической энтропий (для всех софических аппроксимаций) для гибсовских мер. Ранее рохлинская энтропия была подсчитана только для бернуллиевских действий

При выполнении условий Добрушина доказывается, что рохлинская энтропия совпадает с софической энтропией и дается формулой Киффера. Для аменабельного случая это было известно в более общем случае. Здесь же получена формула для софической энтропии (без условия Добрушина).

По мнению официального оппонента, результаты главы 3 - это выдающийся вклад в теорию неаменабельных действий.

Изложение в работе ясное, четкое и подробное. Пара мелких опечаток (верхний индекс стал нижним, не та буква в условии Добрушина) не портит общей картины.

Стиль изложения несколько непривычен для оппонента: «...я докажу, ....мои результаты, моя теорема....весомый вклад в ...»

Диссертационная работа – серьезное и интересное исследование в энтропийной теории действий счетных групп.

Текст работы изложен на 62 страницах. Список литературы содержит 28 наименований. По теме диссертации опубликованы 3 работы в рецензируемых журналах из списка ВАК. Автореферат полностью отражает содержание диссертации. Все результаты – новы и строго доказаны. Они своевременно опубликованы.

Полученные результаты и разработанные методы могут быть использованы в институтах и университетах (МИАН, МГУ, ННГУ, ПОМИ, ИППИ и др.).

На основании вышеизложенного считаю, что работа Алпеева Андрея Викторовича "Инварианты энтропийного типа для сохраняющих меру действий счетных групп" удовлетворяет всем требованиям к кандидатским диссертациям в соответствии с Положением о присуждении ученых степеней п. 28, утвержденным постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. №842, а ее автор, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук, по специальности 01.01.08 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Профессор Департамента анализа данных,  
принятия решений и финансовых технологий  
федерального государственного образовательного  
бюджетного учреждения высшего образования  
«Финансовый университет при  
Правительстве Российской Федерации»

Д.ф.-м.н., проф.

*Оседец*

Оседец Валерий Иустинович

125167, г.Москва, Ленинградский пр-т д.49,

Телефон: 8(499) 2772123, E-mail:vioseledets@fa.ru

Подпись *Оседеца В. И.*

**ЗАВЕРЯЮ**  
Ученый секретарь Ученого совета  
Финансового университета

*Звездинцева*  
**В. В. Звездинцева**  
«15» сентября 2017

