ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе
Лобова Александра Андреевича
Вершинные и рёберные расширения гиперкубов
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Актуальность темы диссертационного исследования. Проблема отказоустойчивости вычислительных систем является важной с практической точки зрения задачей, решение которой приводит к различным вопросам из теории графов. Одним из таких вопросов является задача о расширении графа, то есть построении по данному графу G такого графа G^*, что граф G вкладывается в любой граф, получаемый из G^* удалением фиксированного числа вершин или рёбер.

Вопросами, связанными с вершинными и рёберными расширениями графов занимались такие учёные, как Ф. Харари, Дж. Хейз и М.Б. Абросимов.

В диссертационной работе А.А. Лобова основное внимание уделяется изучению вершинных и рёберных расширений гиперкубов. Этот класс графов несмотря на свою узость имеет определённое практическое значение для архитектуры существующих вычислительных систем. Поэтому актуальность исследуемой темы не вызывает сомнений.

Общая характеристика работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Объем основного текста работы составляет 97 страниц, список литературы включает 84 наименования.

Во введении автор описывает постановки задач, даёт обзор результатов по теме работы и состояние исследований в данной области.

В первой главе построены вершинные 1- и 2-расширения четырёхслойного графа (то есть двудольного графа, не являющегося полным) количество рёбер в которых соответственно на 1 и 2 меньше, чем в известных ранее тривиальных расширениях. Для случая, когда граф является гиперкубом подсчитано число попарно неизоморфных расширений, которые можно получить при помощи предложенной автором схемы. Также доказано, что построенное автором вершинное 1-расширение гиперкуба является неприводимым.

Во второй главе доказано, что у гиперкуба любой размерности существует единственное с точностью до изоморфизма минимальное рёберное 1-расширение и построена явная конструкция этого расширения. Также введено понятие Q-графа и высказаны предположения о том, как эти графы можно использовать для построения минимальных рёберных k-расширений гиперкубов при больших k.

В третьей главе автор описывает алгоритмы, использовавшиеся при проведении вычислительных экспериментов. В этой главе предложен специальный способ кодирования графов, который позволяет использовать метод канонического представителя для построения всех попарно неизоморфных суперграфов без проверки на изоморфизм. Также в этой главе предлагается алгоритм построения минимальных вершинных k-расширений методом объединения изоморфных графов и доказывается его корректность.

В заключении перечисляются основные результаты диссертации и намечаются возможные направления дальнейших исследований. В качестве приложений приводятся авторские свидетельства о разработанных автором программах.

Обоснованность научных положений, рекомендаций и выводов исследования. Автор достаточно корректно использует известные методы комбинаторики, теории графов и теории алгоритмов. На мой взгляд, наиболее интересным результатом диссертации является результат главы 2 о единственности с точностью до изоморфизма минимального рёберного 1-расширения гиперкуба. Также представляет интерес предложенная в главе 3 реализация метода канонического представителя: проверка графов на изоморфизм является весьма трудоёмкой операцией, поэтому исключение или даже уменьшение числа таких проверок может сильно повысить эффективность используемых алгоритмов.

Достоверность и научная новизна диссертационного исследования. Основные результаты работы являются новыми, снабжены корректными доказательствами и достоверность этих результатов не вызывает сомнений.

Теоретическая и практическая значимость исследования. Основные результаты диссертации имеют теоретический характер. Они также могут быть использованы при проектировании отказоустойчивых вычислительных систем.

Содержание диссертационной работы соответствует паспорту специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Замечания по диссертационной работе.

1. Большинство выносимых на защиту результатов относятся к очень узкому классу графов: а именно, гиперкубов. Несмотря на то, что исследование именно этого класса графов имеет определённую практическую ценность, для теоретической работы было бы интересно исследование более общего случая.

2. Некоторые из выносимых на защиту результатов являются скорее техническими и вряд ли могут представлять большую научную ценность. Например, мне непонятно, в чем смысл подсчитывать число неизоморфных расширений гиперкуба, которые можно построить по определённой схеме, при том, что могут существовать другие расширения с таким же или даже меньшим числом рёбер.

3. В работе используется терминология, отличающаяся от традиционно принятой в теории графов. Например, автор называет «частью графа»' объект, который принято называть подграфом. При этом, термин «подграф» в диссертации также встречается, но имеет другое значение. Следует отметить, что определения всех используемых терминов (в том числе и не классических) даны во введении. Однако использование отличающейся от общепринятой терминологии затрудняет чтение данной работы.

В ряде случаев, определения используемых понятий даются позже первого упоминания этих понятий в работе. Например, так происходит с определением n-вершинной цепи P_n.

4. В работе есть довольно много опечаток. Встречаются двусмысленные и плохо согласованные фразы. Некоторые предложения обрываются буквально на полуслове. См., например, фразу на странице 72: «Если граф H не является частью G, то вместо какого-либо нуля в коде графа G должна стоять единица, поэтому $D^{G(H)}>D^{G(G)}$, так как из того, что в графе $D^{G(G)}$ все нули стоят раньше единиц.» – после « так как из того, что» видимо должен быть какой-то вывод, но его нет. Или фраза на странице 90: «Так как вершина 2 не является вершиной графа H.» – здесь совсем непонятно, к чему эта фраза относится и какой вывод делается из её «Так как».

5. В ряде случаев, проблемы редактирования затрагивают довольно большие фрагменты текста. Например, в доказательстве теоремы 1 при разборе случая 3 перепутаны доли U и V. Это обстоятельство очень сильно затрудняет понимание доказательства. Также, на странице 32 во время изучения степеней вершин В-2-Р четврёхслойного графа пункт 5 является точной копией пункта 4 со страницы 28 (где речь шла о степенях вершин В-1-Р). Следующая после пункта 5 фраза также дословно скопирована со страницы 28 и поэтому тоже относится не к тому виду расширений, который обсуждается в данный момент.

6. В некоторых доказательствах встречаются смысловые неточности.

Например, в доказательстве леммы 4 делается некорректная ссылка на лемму 3. В лемме 3 даётся нижняя оценка наименьшей степени вершин минимального вершинного k-расширения графа, но в доказательстве леммы 4 она применяется для расширения, которое не обязательно является минимальным. На самом деле, здесь нужно немного более общее, чем лемма 3, утверждение. Это утверждение несомненно верно, но в тексте диссертации нигде не сформулировано.

В доказательстве леммы 13 строится вспомогательная функция $\psi(x)$ и далее используется то, что она является биекцией. Однако это не всегда так: контрпример нетрудно построить, например, для множества из четырёх элементов. Следует отметить, что утверждение леммы 13 безусловно верно и по сути очевидно. Но наличие ошибок в доказательстве столь простой леммы вызывает удивление.

На странице 88, при описании алгоритма построения минимальных вершинных k-расширений методом объединения изоморфных графов, рассматриваются правила вида $x_i<x_j$ (где $i<j$) и утверждается, что пользуясь свойством транзитивности можно ограничиться n-1 правилом для n-вершинного графа. Однако этот вывод никак не обоснован. На самом деле одного лишь условия транзитивности здесь точно недостаточно: легко построить пример с n правилами, ни одно из которых не будет выводиться из оставшихся по свойству транзитивности. Возможно, что это верно для тех наборов правил, которые могут возникнуть именно в этом алгоритме, но никакого доказательства этого утверждения в диссертации не приводится и, насколько я знаю, этот вопрос на данный момент является открытым.

Тем не менее, эти недостатки легко устранимы и не ставят под сомнение основные результаты диссертационной работы.

Заключение. Диссертация является законченным научно-исследовательским трудом, выполненным автором самостоятельно на высоком научном уровне. Главные положения, выдвинутые диссертантом, являются новыми научными результатами. Они опубликованы в 17 печатных работах, 7 из которых в изданиях, рекомендованных ВАК, неоднократно обсуждались на различных семинарах и конференциях и получили одобрение ведущих специалистов. Работа написана понятным языком и хорошо проиллюстрирована. Автореферат соответствует основному содержанию диссертации.

Считаю, что диссертационная работа Лобова Александра Андреевича «Вершинные и рёберные расширения гиперкубов» соответствует требованиям, установленным «Положением о порядке присуждения учёных степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а соискатель достоин присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Официальный оппонент,
кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник лаборатории математической логики и дискретной математики
ФГБУН Санкт-Петербургское отделение Математического института
им. В.А.Стеклова РАН А.В. Пастор

13.09.2024

pastor@pdmi.ras.ru
+7 (812) 312-40-58
191023, наб. р. Фонтанки 27, Санкт-Петербург, Россия

Подпись руки Пастора Алексея Владимировича
Удостоверяю
Помощник директора по кадрам Н. А. Зотова
13.09.2024