

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОПОНЕНТА

о диссертации Максима Владимировича Бабушкина
«Оценки приближения функции посредством модулей
непрерывности различных порядков»,
представленной на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и
функциональный анализ

Диссертация М. В. Бабушкина посвящена классической тематике теории приближений, а конкретно вопросам влияния структурных свойств функции на точность её приближения. В качестве количественной характеристики таких свойств функции в диссертации рассматриваются модули непрерывности. Фундаментальные результаты в этом направлении, связывающие модуль непрерывности со скоростью приближения функции, были в первую очередь получены Д. Джексоном, С. Н. Бернштейном, Ш. Валле-Пуссенем, А. Лебегом, С. Б. Стечкиным. В диссертации М. В. Бабушкина имеется вклад в дальнейшее развитие прямых теорем теории аппроксимации, проведено исследование аппроксимативных характеристик различных линейных методов приближения.

Диссертация объёмом 90 страниц состоит из списка обозначений, введения, трёх глав, заключения, списка публикаций автора по теме диссертации и списка литературы (состоящих в общей сложности из 47 наименований). В автореферате также указаны тезисы трёх конференций, не вошедшие в списки публикаций/литературы, на которых апробировались результаты диссертационной работы.

В обозначениях приведён краткий и удобный список стандартных обозначений, используемых на протяжении всей диссертации без дальнейших дополнительных пояснений.

Во введении описана структура диссертации с кратким её содержанием по главам. Наряду с обзором известных ранее результатов, здесь кратко сформулирован личный вклад автора диссертации, относящийся тематически к каждой из трёх глав.

Глава 1, состоящая из четырёх параграфов, посвящена улучшению известных констант в неравенстве типа Джексона для 2π – периодических дифференцируемых функций. Такие неравенства дают оценку наилучшего приближения функции тригонометрическими полиномами через модули непрерыв-

ности (любого порядка) производных функции также любого порядка. Задача нахождения точных констант в неравенствах типа Джексона для модулей непрерывности высоких порядков трудна. В этом направлении известны результаты Н. П. Корнейчука, В. В. Жука, А. А. Лигуна. Поэтому естественно возникает вопрос о получении «хороших» (небольших) оценок для этих точных констант, которые в диссертации обозначены $J(m, r, \tau)$. Этому посвящены работы научных руководителей диссертанта В. В. Жука, О. Л. Виноградова и ранее С. Фукара, Ю. В. Крякина, А. Ю. Шадрина. Развивая методы предшественников, М. В. Бабушкину удалось получить наилучшие на настоящий момент константы в таких неравенствах с модулями непрерывности производных. Завершается глава двумя таблицами с рекордными (наилучшими на сегодняшний день) оценками для точных констант $J(m, r, \tau)$, которые приведены диссертантом приближённо с четырьмя значащими цифрами.

Глава 2, состоящая из трёх параграфов, посвящена оценкам отклонений (остаточного члена) в асимптотических формулах типа Вороновской–Бернштейна. В первом параграфе данной главы приведены известные утверждения, носящие вспомогательный характер. Второй параграф содержит общие теоремы 2.1–2.3 и их доказательства, полученные диссертантом. Здесь устанавливаются оценки остаточного члена, в смысле сильной аппроксимации, для различных асимптотических формул положительных методов приближения. Одной из отличительных особенностей авторских исследований является то, что в полученных оценках используется локальный, а не равномерный модуль непрерывности. Заключительный параграф содержит примеры применения этих общих теорем к конкретным методам приближения: с помощью полиномов Бернштейна, сумм Саса–Миракьяна, сумм Канторовича, сумм Бернштейна–Дюррмейер, средних Стеклова и интеграла Валле-Пуссена.

Глава 3 содержит четыре параграфа, относящиеся к двусторонним оценкам отклонений линейных методов приближения посредством модулей непрерывности дробного порядка. В ней автором получены двусторонние оценки отклонений сумм Рисса дробного порядка от чётных функций с неотрицательными коэффициентами Фурье. Основной результат (см. §3.2) предваряется обширными вспомогательными утверждениями, носящими, в основном, технический характер, собранными в первом параграфе этой главы. Два последних параграфа посвящены оценкам приближения суммами Рисса, содержащим одно и два слагаемых. Результаты, полученные диссертантом в этой главе, продолжают исследования, начатые Р. М. Тригубом и В. В. Жуком. Несмотря на их некоторую частность (по пространству приближаемых функ-

ций), они, тем не менее, представляют несомненный самостоятельный интерес.

В заключении кратко приведены основные новые результаты, полученные автором в каждой из глав диссертации.

Список публикаций автора по теме диссертации, отражающий все основные её результаты, и список литературы оформлены аккуратно, в соответствии с принятыми стандартами.

Все полученные результаты в диссертации являются новыми, их достоверность подтверждается тщательно проведёнными авторскими доказательствами, докладами на трёх международных конференциях и городском семинаре по конструктивной теории функций под руководством проф. М. А. Скопиной.

Автореферат полностью и адекватно отражает содержание диссертации. Все основные её результаты своевременно опубликованы в четырёх статьях, в журналах, переводные версии которых входят в международную реферативную базу данных Scopus.

Диссертация написана грамотно, хорошим русским языком, удобно структурирована и прилежно оформлена. Её изучение доставляет известное удовольствие, которое получаешь при чтении хорошо написанного, в достаточной мере подробного и выверенного математического текста. Автор уверенно преодолевает все трудности, связанные со скрупулёзными оценками, которыми насыщена диссертационная работа. При решении поставленных задач диссертант продемонстрировал высокую технику владения используемым математическим аппаратом и широкое знакомство с научной литературой по теме диссертации.

Остановлюсь на некоторых замечаниях. Все они носят легко поправимый характер опечаток и неточностей, что практически неизбежно при таком объёме текста, и, несомненно, не оказывают существенного влияния на качество диссертации и общее положительное впечатление от неё.

Например, в обозначениях на стр. 3 обозначение \mathcal{A} класса полунорм на пространстве C предшествует обозначению пространства C (непрерывных 2π – периодических функций).

На стр. 8 в первой строке вместо $R_{2i-1}(x)$ должно быть $R_{2i}(x)$.

Также в диссертации имеются ещё несколько подобных незначительных погрешностей оформительского характера.

Отмечу, что в главе 2, к сожалению, не нашлось места для обсуждения точности полученных результатов, как общего характера, так и частных следствий, собранных в §2.3.

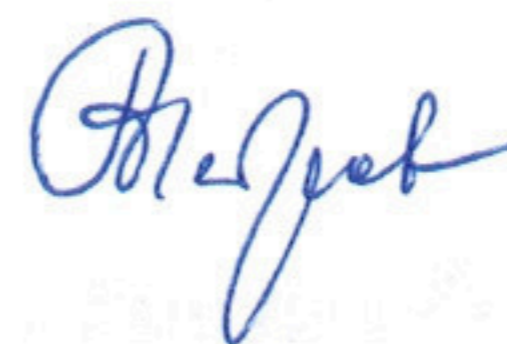
Подводя итог, на мой взгляд, диссертация М. В. Бабушкина является цельным законченным научно-квалификационным исследованием, выполненным под руководством д. ф.-м. н. О. Л. Виноградова, содержащим решения новых актуальных задач теории приближений. Диссертационная работа выполнена на высоком научном уровне и по критериям актуальности, научной новизны, обоснованности и достоверности полученных результатов удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Считаю, что автор диссертации «Оценки приближения функции посредством модулей непрерывности различных порядков» Максим Владимирович Бабушкин заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук,
доцент 12 кафедры (общенаучных и общетехнических дисциплин) Военной академии материально-технического обеспечения имени генерала армии А. В. Хрулёва

Адрес: 199034, г. Санкт-Петербург, наб. Макарова, 8

Тел.: 8(812) 328-54-92; e-mail: petrovap6139@mail.ru



А. Петров

«29» января 2021 года

Подпись официального оппонента Петрова Андрея Николаевича ЗАВЕРЯЮ.

Заместитель начальника академии по учебной и научной работе

доктор военных наук, профессор



А. Цельковских