

## ОТЗЫВ

официального оппонента Пяткина А.В.  
о диссертационной работе Власовой Н.Ю.  
«О стягиваемых подграфах трехсвязного графа»,  
представленной к защите на соискание учёной степени кандидата  
физико-математических наук по специальности  
1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и  
дискретная математика

**Актуальность темы.** Объектом исследования в диссертации является задача сохранения 3-связности графа при стягивании его связного подмножества малого размера в одну вершину. Отметим, что проблемы связности графов не только являются классическими в теории графов, но и имеют прямое применение при изучении надежности сетей. В частности, если при стягивании связного подграфа сохраняется вершинная связность графа, то это означает, что составляющая этот подграф подсеть с точки зрения всей сети может считаться одним элементом. Это позволяет, например, выстраивать иерархическую структуру сети. Таким образом, тема исследований является актуальной и востребованной.

**Научная новизна.** По сути, вся диссертация представляет собой доказательство одной теоремы о том, что любой 3-связный граф на не менее чем 13 вершинах имеет стягиваемое множество размера 5. Также найден пример 3-связного графа  $Pr_6$  (шестиугольной призмы) на 12 вершинах, не имеющего такого множества. Главы диссертации играют роль структурирования доказательства, поэтому нет смысла разбирать их отдельно.

Отметим, что доказанный результат подтверждает для  $m=5$  гипотезу W. McSuaig и K. Ota от 1994 года о том, что для любого натурального  $m$  любой 3-связный граф с достаточно большим числом вершин имеет стягиваемое подмножество размера  $m$ . Случай  $m \leq 3$  был разобран авторами гипотезы, а при  $m=4$  гипотезу доказал в 2000 году M. Kriesell. С тех пор никаких продвижений (до настоящей работы) в этой задаче не было. Для доказательства гипотезы при  $m=5$  диссертанту пришлось не только освоить довольно сложную технику M. Криселла, но и разработать собственные методы, использующие введенное Д. В. Карповым понятие дерева разбиения двусвязного графа одиночными разделяющими подмножествами. Таким образом, в работе не только доказан очень сложный новый результат, но и разработаны новые подходы, которые могут быть использованы для решения более сложных задач из области вершинной связности графов.

**Достоверность результатов и апробация работы.** Основные результаты диссертации опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК РФ для

кандидатских диссертаций, а также докладывались на различных научных семинарах и на международной конференции “Conference on Graphs, Networks and their Applications” (Москва, 2019). Всего по теме диссертации опубликовано 2 статьи из списка ВАК РФ (объемом 18 и 88 страниц). Полученные результаты полностью достоверны.

**Стиль и оформление работы.** Работа оформлена в соответствии с требованиями ВАК, четко структурирована, написана строгим математическим языком. Диссертация соответствует паспорту специальности 1.1.5. Автореферат полностью и правильно отражает содержание диссертации.

**Недостатки работы.** К оформлению данной работы имеется ряд небольших замечаний.

1. Объем текста можно было существенно сократить, если бы в начале главы 3 были введены унифицированные обозначения  $H=\{x,y,z,t\}$ ,  $W_1=\{u_1,\dots,u_k\}$ ,  $W_2=\{w_1,\dots,w_l\}$ , а  $p,q,r,s$  – внешние соседи вершин  $u_1,u_k,w_1,w_l$  соответственно. В тексте же при рассмотрении каждого из многочисленных подслучаев обозначения вводятся заново (причем по-разному в разных подслучаях).
2. В подслучае 2.2 раздела 3.1.1 впервые удаляется пятерка, имеющая вершины в каждом из множеств  $H,W_1,W_2$ . Стоило объяснить в тексте, почему она стягиваема.
3. Оба условия пункта 3 леммы 6 эквивалентны и означают, что нет ребра, соединяющего  $W_1$  и  $W_2$ .
4. На странице 5 обозначение  $n$  используется как для вершинной связности, так и для числа вершин.
5. После слова «обозначим» нужно употреблять предлог «через», а не «за».
6. Также замечено несколько опечаток, изменяющих математический смысл текста:

Страница 17: вместо «Теорема 4.» должно быть «Теорема 5.».

Страница 32: вместо «по пунктам 1 и 1» должно быть «по пунктам 1 и 2».

Страница 65: вместо « $G-W_1-W_2$ » должно быть « $G-H-W_1-W_2$ ».

Страница 70: вместо «пятерка  $W_1 \cup \{x,z\}$  нестягиваема» должно быть «пятерка  $W_1 \cup \{x,z\}$  стягиваема»

Страница 75: вместо «по лемме 7» должно быть «по лемме 4».

Тем не менее, считаю, что указанные недостатки никак не снижают научной ценности работы.

**Заключение.** Кандидатская диссертация Власовой Н.Ю. представляет собой интересную самостоятельную научно-исследовательскую работу по актуальной теме, носящую теоретический характер. Принимая во внимание актуальность, сложность и научную новизну доказанного результата, считаю, что работа удовлетворяет всем требованиям Положения о порядке

присуждения ученых степеней ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 1.1.5.

Считаю, что Власова Надежда Юрьевна заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Официальный оппонент:

Главный научный сотрудник  
Института математики им. С.Л.Соболева СО РАН,  
Профессор кафедры теоретической кибернетики  
Новосибирского Государственного Университета  
Профессор РАН, д.ф.-м.н.

Артем Валерьевич Пяткин

*Подпись А.В. Пяткина заверяю*

*Ученый секретарь / Даурчедеева ИА*



*23.01.2025*

Почтовый адрес: 630090 Новосибирск, пр. Академика Колтюга, 4

Телефон: +73833634546

Адрес электронной почты: [artem@math.nsc.ru](mailto:artem@math.nsc.ru)