

Отзыв
научного руководителя
на диссертацию Д.Д. Черкашина
“Экстремальные задачи в раскрасках гиперграфов”,
представленную к защите на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.09 — дискретная математика и математическая
кибернетика

Диссертация Д.Д. Черкашина посвящена одной из классических проблем в экстремальной комбинаторике — проблеме Эрдеша–Хайнала о раскрасках гиперграфов.

В **первой главе** диссертации вводится и исследуется величина $m(n, r)$, равная наименьшему количеству ребер n -однородного гиперграфа, вершины которого нельзя так покрасить в r цветов, чтобы каждое ребро оказалось неодноразноцветным. Это одна из самых важных и активно исследуемых величин в экстремальной комбинаторике, ее рассмотрение было инициировано работами П. Эрдеша и А. Хайнала, появившимися на рубеже 50-х и 60-х годов XX века. Отмечу, что верхними и нижними оценками величины $m(n, r)$ в разные годы занимались такие выдающиеся специалисты, как Н. Алон, А.В. Косточка, А. Фриз, Л. Ловас, Й. Бек, Дж. Радакришнан, А. Сринивасан, Дж. Спенсер и др. Соискателю удалось построить рандомизированный алгоритм, который, во-первых, позволил проще доказать ранее известную нижнюю оценку Радакришнана–Сринивасана для $m(n, 2)$, а во-вторых, привел к значительному асимптотическому улучшению всех ранее известных оценок при многих $r > 2$. Отмечу также, что эта работа опубликована в самом рейтинговом журнале по вероятностному методу в комбинаторике — Random Structures and Algorithms, и она получила очень серьезный резонанс в научном сообществе.

Вторая глава диссертации посвящена так называемым полноцветным раскраскам. Здесь вершины гиперграфа красятся таким образом, чтобы в каждом ребре присутствовали все цвета. Изучается величина $p(n, r)$, равная наименьшему количеству ребер n -однородного гиперграфа, вершины которого нельзя так покрасить в r цветов, чтобы каждое ребро оказалось полноцветным. Улучшены прежние результаты Косточки, Алона, Шабанова. Также получены не только вероятностные, но и явные конструкции.

В **третьей главе** речь идет о так называемом разбросе. Изучается величина $f(n)$, равная минимальному количеству ребер гиперграфа с положительным разбросом. Неограниченность функции f доказали Алон, Клейтман, Померанке, Сакс и Сеймур. Они же доказали и верхнюю оценку. Соискатель значительно уточняет ее, практически доводя до неулучшаемой.

Наконец, в **четвертой главе** исследуются раскраски пересекающихся и накрест пересекающихся семейств. Постановка для пересекающихся семейств (гиперграфов-клик) классическая, предложена Эрдешем и Ловасом. В работе продемонстрировано, что, удивительным образом, многие результаты переносятся на случай накрест пересекающихся семейств, т.е. таких пар семейств множеств, что любое множество из первого семейства пересекается с любым множеством из второго семейства.

Диссертация представляет собой законченное исследование, результаты которого вносят серьез-

