

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Каплуна Александра Владимировича “Алгебра эйконалов метрического графа”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03-Математическая физика

В диссертации А.В.Каплуна развивается алгебраическая версия метода граничного управления в приложении к волновому уравнению на метрическом графе. Этот метод был предложен в работах М.И.Белишева; говоря несколько вольно, алгебраическая версия метода заключается в том, чтобы связать с граничными данными некоторую C^* -алгебру и по ней восстановить многообразие, на котором задано волновое уравнение. По сравнению со случаем гладкого риманова многообразия, для метрического графа соответствующая C^* -алгебра является более сложным объектом и требует отдельного изучения, в частности, для того чтобы выяснить, какие алгебры могут использоваться в качестве отправной точки в задаче восстановления метрического графа. Изучению таких алгебр и посвящена диссертация.

Диссертант рассматривает C^* -алгебру, порожденную семейством некоторых самосопряженных положительных операторов (эйконалов). Для этой алгебры предложена некоторая реализация (каноническое представление), удобная для описания спектра. Описывается спектр алгебры и при некоторых ограничениях на исходный граф обсуждается связь спектра с геометрией графа.

За последние 30 лет метод граничного управления получил значительное развитие и показал свою эффективность в конкретных задачах. Перспективы получить аналогичные результаты для обратных задач на графах весьма привлекательны, и диссертация А.В.Каплуна является заметным шагом в этом направлении. Обратные задачи на графах в настоящее время активно разрабатываются, поэтому результаты диссертации являются актуальными.

К тексту диссертации имеется несколько замечаний:

1. Алгебраическая терминология в диссертации употребляется несколько непоследовательно. Например, C^* -алгеброй названа

инволютивная банахова алгебра (стр. 38), причем C^* -свойство нормы опущено; на выводы диссертации это не влияет, поскольку все встречающиеся здесь инволютивные банаховы алгебры являются C^* -алгебрами. Термин “представление” в диссертации перегружен: он используется не только в алгебраическом смысле, но и означает специальный вид какой-либо величины, выражение или формулу; к ошибкам это не приводит, лишь затрудняет чтение. На стр. 40 сказано, что спектр алгебры может содержать приводимые представления; видимо, это оговорка. Этот список можно продолжать.

2. При характеристике точек спектра в главе 5 используется интуитивная терминология, вступающая в противоречие с общепринятой в топологии. Например, “внутренняя точка спектра” (стр. 73) означает точку спектра, не входящую в “кластеры”. Однако, точки “кластеров” также являются внутренними точками в топологии Джекобсона. Это может приводить к недоразумениям.
3. Топология Джекобсона в диссертации явно не описывается. Кое-где вскользь говорится, что точки одного кластера неотделимы друг от друга, но этого недостаточно, чтобы охарактеризовать топологию. Описание топологии Джекобсона является неотъемлемой частью задачи об описании спектра алгебры, и это было бы полезно сделать. Например, можно попытаться охарактеризовать топологию Джекобсона как фактор-топологию, возникающую при склеивании стандартных алгебр с помощью граничных. На мой взгляд, это естественное развитие изложенных в диссертации результатов.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Диссертация представляет собой единый законченный текст. Первые главы содержат подробное и аккуратное введение в предмет исследования. Полученные результаты изложены на высоком уровне математической строгости, что подтверждает их достоверность. Результаты диссертации являются новыми и представляют интерес для специалистов по теории обратных задач, теории управления, по математической физике, теории банаховых алгебр. Все выносимые на защиту результаты опубликованы в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК, и докладывались на профильных конференциях. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

В силу сказанного, диссертация Каплуна Александра Владимировича "Алгебра эйконолов метрического графа" полностью соответствует требованиям, предъявляемых ВАК РФ к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.03 - Математическая физика, а ее автор заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03.

Официальный оппонент: доктор физико-математических наук, профессор
Кафедры высшей математики и математической физики ФГБОУ ВО Санкт-Петербургский государственный университет

О. В. Сарафанов

Адрес организации:

199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д 7/9,

ФГБОУ ВО Санкт-Петербургский государственный университет

Тел.: 8 (812) 428-41-21

E-mail: o.sarafanov@spbu.ru



Документ подготовлен
в порядке исполнения
трудовых обязанностей

Текст документа размещен
в открытом доступе
на сайте СПбГУ по адресу
<http://spbu.ru/science/expert.html>