Отзыв официального оппонента

на диссертацию Железняка Александра Владимировича «Степенные ряды с обобщенными условиями Харди-Калуца», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертационная работа Железняка А. В. посвящена актуальной задаче комплексного анализа и инициирована классической интерполяционной задачей Неванлинны-Пика: *для данных точек* $x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{D} = \{x \in \mathbb{C} : |x| < 1\}$ *и* $w_1, \ldots, w_n \in \mathbb{D}$ *требуется найти голоморфную в* $\mathbb{D}$ *функцию* $\varphi, \sup\limits_{x\in\mathbb{D}} |\varphi(x)| \leq 1$, *для которой* $\varphi(x_k) = w_k$, $k = 1, \ldots, n$. Критерий разрешимости этой задачи был получен в 1916 г. (G. Pick): матрица $\mathbb{A} = \left(\dfrac{1 - w_k\bar{w}_j}{1 - x_k\bar{x}_j}\right)_{1\leq k,j\leq n}$ должна быть нестрого положительно определена.

Многие математики занимались различными обобщениями и уточнениями этой классической задачи. Исследование условий разрешимости обобщенной задачи Неванлинны-Пика приводит к следующему вопросу:

$$\textit{для каких рядов} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \textit{с положительными коэффициентами } a_n$$

$$\textit{«обратный ряд»} \ \Big(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n\Big)^{-1} = b_0 - \sum_{n=1}^{\infty} b_n x^n \tag{1}$$

$$\textit{имеет все коэффициенты } (-b_n) \geq 0 \textit{ для } n \in \mathbb{N}?$$

Последний вопрос был в поле внимания математиков: Харди, Калужа, др. При этом нужно отметить, что диссертанту удалось навести порядок в истории поставленного вопроса. Этот вопрос, его обобщения и модификации является центральным в диссертации. Решение его является важным для применения в интерполяционной задаче Неванлинны-Пика. Таким образом, данное диссертационное исследование является актуальным.

Результаты опубликованы в 4-х статьях без соавторов уровня Q3–Q4 по версии Scopus; докладывались на научных семинарах и на международной конференции. Уровень публикаций и апробации считаю достаточным.

Известная теорема Калужа дает достаточное условие на коэффициенты a_n, при котором ответ на поставленный вопрос (1) положителен. В Главе I автор диссертации обобщает теорему Калужа на ряды в конечномерных пространствах (теорема 1.1). Дело это не простое, возникает много нюансов,