Отзыв официального оппонента
на диссертацию Василия Александровича Сергеева
«Адиабатические задачи в квантовой механике
и теории распространения волн»,
представленной на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.2 —
дифференциальные уравнения и математическая физика

В работе В.А. Сергеева рассматриваются асимптотики решений двух уравнений. Первое уравнение (после масштабирования времени) есть уравнение Шредингера по полупрямой со ступенчатым потенциалом, медленно меняющимся во времени. Ранее А.А. Федотовым были построены решения, которые внутри потенциальной ямы имеют ВКБ-асимптотику, где фаза имеет вид интеграла от собственного значения оператора Шредингера. Этих собственных значений конечное число и с течением времени они подходят к краю непрерывного спектра и исчезают. И тут естественно возникает вопрос о том, что происходит с этим решением в момент исчезновения собственного значения и последующие моменты времени? Василий Александрович нашёл асимптотики решения вне потенциальной ямы (внутри потенциальной ямы асимптотики уже были найдены А.А. Федотовым). А именно, в окрестности момента исчезновения собственного значения асимптотика выражается в виде линейной комбинации функции Эйри и ее производной от сложного аргумента (а в пограничном слое асимптотика упрощается). В последующие моменты времени решение будет локализовано в слое, примыкающем справа к потенциальной яме и, кроме того, будет происходить крайне любопытный эффект «просачивания». А именно, в моменты времени, в которые исчезают собственные значения с меньшими номерами, решение будет «заходить» обратно в потенциальную яму, а после «выходить» из нее. Далее в диссертации В.А. Сергеева строится аналог адиабатической нормальной волны для непрерывного спектра оператора Шредингера. Для этого используется метод отражений, решение строится в виде ряда из плоских волн, а затем анализируются асимптотики в различных слоях. Здесь также наблюдается эффект «просачивания».

Вторая родственная задача - акустическая. В диссертации рассматривается распространение звука в узком прибрежном водном клине: уравнение Гельмгольца с кусочно-постоянным показателем преломления. В диссертации изучаются асимптотики адиабатических нормальных волн вблизи и после достижения критических глубин (как и в задаче Коши для уравнения Шредингера, эти критические глубины соответствуют моментам, когда исчезают собственные значения «поперечного» оператора). Здесь, как и в первой задаче, наблюдается эффект «просачивания».

Все результаты, касающиеся уравнения Шредингера, являются новыми. Акустическая задача ранее эвристически исследовалась А.Д.Пирсом и им было описано явление «прожектора», однако строгие формулировки результатов про явления «прожектора» и «просачивания» впервые появились в работах В.А. Сергеева и А.А. Федотова. Результаты, касающиеся аналогов адиабатических нормальных волн для непрерывного спектра, тоже являются новыми.

В диссертации В.А. Сергеева описаны крайне интересные эффекты, возникающие в задачах квантовой механики и акустики. Результаты имеют строгое математическое доказательство, вывод их крайне нетривиален и требует кропотливой аналитической работы. Диссертация прекрасно структурирована и результаты сформулированы предельно ясно. Результаты опубликованы в 5-ти работах в журналах, входящих в перечень ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Результаты диссертации докладывались на международных конференциях и научных семинарах.

Считаю, что диссертация Василия Александровича Сергеева удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 1.1.2 - «Дифференциальные уравнения и математическая физика», а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент, к.ф.-м.н., с.н.с. ИПМех РАН
Толченников Антон Александрович

29.05.26

Официальное место работы: Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН.
Почтовый адрес: 119526, Москва, проспект Вернадского, 101 к 1, комн. 383.
Телефон: 89858065387
Эл. почта: tolchennikovaa@gmail.com

Подпись Толченникова А.А. заверяю
Ученый секретарь
ИПМех РАН М.А. Котов