

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Злотникова Ильи Константиновича
«Идеалы алгебры ограниченных аналитических функций:
интерполяция и уравнение Безу», представленной на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация Злотникова Ильи Константиновича посвящена некоторым вопросам вещественной интерполяции функциональных пространств, а также одной известной задаче, связанной с теоремой о короне. Идейное родство между этими двумя темами, нашедшее отражение и в названии диссертации, состоит в том, что во всех рассматриваемых постановках идеалы в алгебрах аналитических функций (более общим образом – модули над такими алгебрами) играют основополагающую роль. С одной стороны, получены тонкие теоремы об интерполяции пересечений таких модулей. С другой (в русле тематики теоремы о короне) – получен очень существенный прогресс в задаче, представляющей собой далеко идущее развитие вопроса об описании в метрических терминах идеала в алгебре ограниченных аналитических функций, порожденного заданным набором функций. Истоки вопросов, связанных с теорией интерполяции в функциональных пространствах, лежат в классических работах М. Рисса, У. Торина, Й. Марцинкевича, А. Кальдерона и других известных специалистов в области гармонического и комплексного анализа. По указанному направлению в последнее десятилетие опубликованы довольно тонкие результаты, как в России, так и за рубежом. Последние годы были отмечены также существенной активностью разных исследований в задачах вокруг теоремы о короне (С. Трейль, Д. Руцкий, С. Кисляков и др.). Таким образом, тематика диссертации актуальна.

Диссертационная И.К.Злотникова состоит из трёх глав, заключения и списка литературы.

В первой главе, носящей вводный характер, автор обосновывает актуальность выбранной для исследования темы, приводит обзор результатов по тематике диссертации и кратко излагает содержание работы.

Основным результатом второй главы является теорема 1, где при довольно общих предположениях о пространствах C и D с равномерной нормой доказано, что пара $(C_p \cap D_p, C \cap D)$ является K -замкнутой в паре $(L^p(\mu), L^\infty(\mu))$. Здесь X – пространство с конечной мерой μ , C и D – в большинстве постановок подпространства пространства $L^\infty(\mu)$, являющиеся модулями над некоторыми подалгебрами A и B алгебры $L^\infty(\mu)$, а нижний индекс p

замыкание соответствующего пространства в $L^p(X, \mu)$. Разумеется, на все перечисленные объекты накладываются дополнительные условия (на которых мы здесь не останавливаемся), а прототипом алгебр A и B служат различные алгебры ограниченных аналитических функций.

При доказательстве этого утверждения автор применяет тонкие методы современного комплексного и гармонического анализа, в частности, хорошо известный в теории сингулярных интегральных операторов метод Кальдерона-Зигмунда о разложении измеримых функций, а также модифицированные методы, разработанные в работах Ж.Бургейна и С. В. Кислякова. Из теоремы 1 выводится ряд интересных утверждений (теоремы 2, 3, 4). Так, в теореме 2 установлено, что пара $(K_\theta^p, K_\theta^\infty)$ является K -замкнутой в паре пространств $(L^p(T), L^\infty(T))$ при всех $1 < p \leq +\infty$, в теореме 4 получен аналог теоремы 2 для весовых L^p -пространств, когда вес удовлетворяет известному условию Макенхаупта, здесь K_θ^p – коинвариантное подпространство оператора сдвига в пространстве Харди H^p в единичном круге, а в теореме 3 найдено интерполяционное пространство между двумя коинвариантными пространствами.

Перейдем к анализу результатов третьей главы. Прежде всего, отметим, что основным связующим звеном, объединяющим вторую и третью главы диссертации, являются знаменитые теоремы А. Бёрлинга и Л. Карлесона об инвариантных подпространствах оператора сдвига в пространстве Харди и теорема о короне в алгебре ограниченных аналитических функций в единичном круге. Относительно простое доказательство теоремы о короне, предложенное в 1979 г. Т.Вольфом, стимулировало интересные исследования в этом направлении, проведенные в работах А.Учиямы, М.Розенблюма, В.Толоконникова, С. Триеля, С.Кислякова, Д. Руцкого и др. В этом разделе диссертации автор исследует метрические условия представимости ограниченной аналитической функции в виде ряда с функциональными коэффициентами по заданной системе $\{f_j\}$ ограниченных аналитических функций. Эти метрические условия выражаются в терминах той или иной решеточной нормы последовательностей $\{f_j(z)\}$, когда точка z пробегает единичный круг. По традиции, эта постановка носит название «задачи об идеалах» – поскольку речь идет о разрешимости бесконечномерного аналога уравнения Безу. Основным результатом третьей главы является теорема 10, где устанавливается разрешимость задачи об идеалах в случае, когда упомянутая решеточная норма q -вогнута и обладает свойством Фату. Частным случаем этой теоремы является разрешимость задачи об идеалах в

классических l^p пространствах, при всех $1 \leq p \leq \infty$. Эти результаты диссертации оставляют очень хорошее впечатление и заслуживают высокой оценки.

Заканчивая краткий анализ содержания диссертационного исследования, отмечу, что в нём получены интересные и глубокие результаты. Они сильно выходят за рамки того, что было известно ранее, в частности, автор впервые подробно исследовал разрешимость задачи об идеалах в ряде классических решёток.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Приведенные в диссертации утверждения являются строго доказанными научными фактами. Для доказательства теорем И. К. Злотников использует разнообразные методы современного комплексного и гармонического анализа.

В качестве замечаний привожу следующее:

1. Обозначение $K_\theta^{p,\infty}$ желательно было бы ввести перед формулировкой теоремы 3 на с.16, в диссертации оно приведено после формулировки этой теоремы.
2. При определении проектора Рисса желательно пояснить, что коэффициенты степенного ряда – это коэффициенты ряда Фурье самой функции.
3. Не лишним было бы объяснение понятия «граничного класса Смирнова» на с.18. Сам по себе класс Смирнова хорошо известен, но он состоит из аналитических функций в единичном круге, удовлетворяющих определённым ограничениям.
4. На с.17 при определении нормы пропущена дробь $\frac{1}{p}$

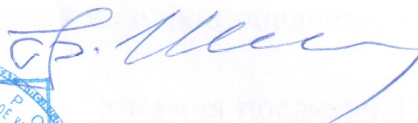
Все замечания носят редакционный характер и не влияют на высокую оценку диссертации.

Основные результаты диссертации опубликованы в 4 статьях, 3 из них опубликованы в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК РФ. Работа является законченным научным исследованием, все основные результаты диссертации являются новыми, автореферат диссертации правильно отражает её содержание.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа «Идеалы алгебры ограниченных аналитических функций: интерполяция и уравнение Безу» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, в частности, п.п.9-11, 13,14 «Положения о присуждении ученых степеней», а её автор, Илья Константинович Злотников, несомненно, заслуживает присуждения ему ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 –
Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук,
профессор Шамоян Файзо Агитович



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»
410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83, тел. (8452)515537