

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Данилы Дмитриевича Черкашина “Экстремальные задачи в раскрасках гиперграфов”, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 дискретная математика и математическая кибернетика.

Диссертация Данилы Дмитриевича Черкашина посвящена асимптотическим экстремальным задачам в раскрасках гиперграфов. Началась эта область с работ П. Эрдёша 60х гг. Этот круг задач активно изучался, вплоть до настоящего времени, целым рядом математиков, таких как П. Франкл, Л. Ловас, Н. Алон, В. Рёдл, Д. Мубаи, А. В. Косточка, Д.А. Шабанов и т.д. Представленная диссертация посвящена, в основном, задаче минимизация количества ребер в “нетривиальном” n -однородным гиперграфе и ряду смежных вопросов.

Во второй главе под “нетривиальным” гиперграфом подразумевается гиперграф, не допускающий раскраски в r цветов, все ребра которой неодноразноцветны; минимальное число ребер в таком n -однородном гиперграфе обозначается $m(n, r)$. Основным результатом первой главы есть верхняя оценка

$$m(n, r) \leq c(r) \left(\frac{n}{\log n} \right)^{\frac{r-1}{r}} r^n$$

при фиксированном r . При достаточно большом n , этот результат улучшает результаты Плухара и Шабанова, если r достаточно велико.

Третья глава посвящена гиперграфам, не допускающим полноцветной раскраски, то есть раскраски, любое ребро которой содержит всевозможные цвета. Проблема существования таких раскрасок поставлена Эрдем–Ловасом и была изучена различными авторами. Диссертант доказывает, в частности, что при $c \frac{n}{\log n} \geq r \geq 2$ гиперграф с не более чем

$$c \max \left(\frac{n^{1/4}}{r\sqrt{r}}, \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \left(\frac{r}{r-1} \right)^n$$

ребрами, полноцветно красится в r цветов. Эта теорема снова улучшает ряд результатов предшественников. Доказательство использует геометрический вероятностный алгоритм. Также приводятся новые оценки снизу и явные конструкции.

В четвертой главе изучается минимизация количества ребер в n -однородном гиперграфе с положительным разбросом (дискрепансией). Доказывается, что максимальная разность между количествами вершин двух цветов в одном ребре $f(n)$, оценивается сверху и снизу только через наименьшее не делящее n число — $\text{snd}(n)$. Основным результатом главы — улучшение верхней оценки с $c \log^3 \text{snd}(n)$ до $c \log \text{snd}(n)$ при нижней оценке $c \log \text{snd}(n) / \log \log \text{snd}(n)$.

Это существенно усиливает предшествующий результат Алона, Клейтмана, Померанца, Сакса и Сеймура. В доказательстве используется остроумная конструкция, связанная с двоичным разложением.

В последней главе изучаются, так называемые, накрест-пересекающиеся семейства множеств, то есть гиперграфы, рёбра которых разбиты на два класса так, что ребра из разных классов обязательно пересекаются. Данные семейства довольно часто появляются в дискретной математике. Доказано, что такой гиперграф допускает правильную раскраску в три цвета за исключением нескольких явных примеров.

Завершается диссертация указанием ряда актуальных открытых вопросов.

Все положения, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно. Основные результаты представляются интересными и являются новыми; в диссертации содержатся подробные и полные доказательства всех результатов. Результаты докладывались на нескольких международных конференциях и опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК. Автореферат правильно отражает содержание работы.

В диссертации имеются погрешности, написана она небрежно. Небрежность противоречит главной цели создания статьи, которая состоит в упрощении восприятия понятого автором материала всеми прочими исследователями. Тем же самым образом, при чтении работы, интерес читателя состоит в, собственно, содержании работы, а не в личных качествах, юморе и даже особенностях автора, которые должны оставаться за скобками и не мешать цели увеличения общего знания. Это стандартный общенаучный подход. Прочие замечания:

1. Померанке — Померанц.
2. Страница 10. Слово "оценка" употреблено 4 раза подряд.
3. Стр. 12 и ниже по тексту. Слова "определение", "утверждение" и пр. в математических текстах на русском языке пишутся с маленькой буквы. Смещение двух языков почти всегда означает ограниченное использование обоих. Далее, "все одноцветное ребро".
4. Стр. 16: "упорядоченна".
5. Стр. 18, и ниже. "for" -> "для". То же самое для alterations.
6. Стр. 21, стр. 1: "Обозначим вероятность ...". Смысл фразы не ясен.
7. Страница 21 и далее. В русском языке нет слова "матожидание". Далее, фраза "Если этот метод внутренне непротиворечив, очевидно, раскраска полноцветна." — непонятна.
8. Стр. 22. Обозначение $\text{Poly}(r,n)$ стоит определить или напомнить.
9. Стр. 27. Что такое q-свободные множества?
10. Стр. 28-29. Запятые, теорема 4.1.2 – два раза. Далее, "со элементами".
11. Стр. 33 — что такое "дополнительные условия" — не понятно. Слово "Случается" — неуместно, параграф и теорема в математических текстах на русском языке пишутся с маленькой буквы.
12. Глава 5. Термин "пересекающиеся накрест семейства" представляется неудачным. Он не обладает наглядностью. Неясно также, почему для

данного понятия не использовать устоявшиеся термины. Например, на ум сразу приходят слова "паросочетание" или "двудольность".

13. Теорема 5.2.3. В формулировках теорем не используются пояснения, определения и прочее. Для этого подобные вещи выносят до (или после) формулировки результатов.

14. Стр. 41. Пропущены логические связки, затрудняющие прочтение текста. Далее, что есть символ (*) — непонятно.

15. Стр. 42. Точка после слова "случаю". Доказательство теоремы 5.3.3: калька с английского. До леммы 5.6.3 — неверный порядок слов.

Впрочем, все эти опечатки и погрешности не имеют принципиального значения, носят характер опечаток и легко устраняются. Тем более, что из контекста сразу видно, о чем идет речь.

Считаю кандидатскую диссертацию Черкашина Д.Д. самостоятельной научно-исследовательской работой по актуальной теме, носящей теоретический характер. В связи с этим, а также учитывая серьезный вклад данной диссертации в экстремальную комбинаторику, считаю, что она удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям и что автор несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика.

Доктор физико-математических наук
член-корреспондент РАН,
гл. научн. сотр. отдела теории чисел МИАН
Шкредов И.Д.

Подпись Шкредова И.Д. заверяю
Зав. отделом кадров МИАН *Анн Виноградова ВФ*