

Министерство науки и высшего образования РФ

Федеральное государственное бюджетное  
учреждение науки

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ**  
**им. С.Л. Соболева**  
**Сибирского отделения**  
**Российской академии наук**  
**(ИМ СО РАН)**

630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4  
Для телеграмм: Новосибирск, 90, Математика  
Тел.: (8-383) 333-28-92. Факс: (8-383) 333-25-98  
E-mail: im@math.nsc.ru

14.03.2019 № 250-2-35

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ

Директор

Академии ИАН

С.С. Гончаров



2019 г.

**Отзыв ведущей организации**

на диссертацию Рядовкина Кирилла Сергеевича «Ветвящиеся случайные блуждания на периодических графах с периодическими источниками ветвления», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

**Актуальность темы диссертации и значимость результатов.** В диссертационной работе К.С. Рядовкина изучается модель каталитического ветвящегося случайного блуждания, описывающая в непрерывном времени перемещение частиц по целочисленной решетке специального вида и допускающая их деление (ассоциированное с марковским ветвящимся процессом с непрерывным временем) в точках некоторого заданного множества (каталитических точек). Исследование каталитических случайных блужданий по целочисленным решеткам начато для симметричных случайных блужданий в 90-ых годах прошлого века в работах С. Альбеверию, Л.В. Богачева и Е.Б. Яровой. Бурное развитие данной тематики в странах Евросоюза и России породило ряд монографий (в частности, Яровая Е. Б. Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде. М.: ЦПИ при мехмате МГУ (2007), т. 104; Z. Shi, Branching Random Walks (2012), Lecture Notes in Mathematics). Начинались исследования с симметричных случайных блужданий на целочисленных решетках произвольной размерности с несколькими каталитическими точками, не изменяющими симметрии случайного блуждания, затем появились всевозможные обобщения с нарушениями симметрии на решетке после размножения частиц. Относительно методов исследования все шло от довольно простых функций Грина по пути усложнения соответствующих операторных уравнений. Ряд задач описания свойств каталитических ветвящихся

случайных блужданий формулировался в терминах многомерных ветвящихся процессов Беллмана–Харриса, и методы исследования уравнений для производящих функций ветвящихся процессов привели к серии новых результатов, обогативших обе теории.

В диссертации предложен метод, позволяющий исследовать каталитические случайные блуждания по многомерным целочисленным решеткам с существенно ослабленными условиями на симметрию интенсивности ветвления и бесконечным числом источников ветвления. Предположение об однородности блуждания также заменено на более слабое предположение об инвариантности элементов матрицы переходных интенсивностей относительно сдвигов на элементы некоторого подпространства решетки. Отметим, что исследованное ранее добавление к обычному блужданию конечного числа источников ветвления могло приводить к появлению в спектре оператора, описывающего эволюцию среднего числа частиц, конечного числа положительных собственных значений. В рассматриваемом автором случае бесконечного числа источников с периодически меняющимися интенсивностями ситуация совершенно иная – добавление таких источников приводит к возможности возникновения непрерывного спектра в положительной области. Это потребовало развития новых подходов и методов исследования.

Все основные результаты диссертации и положения, выносимые на защиту, являются новыми и значимыми для теории ветвящихся случайных блужданий на многомерных целочисленных решетках и ее приложений.

В первой главе диссертации описывается модель ветвящегося случайного блуждания на многомерной целочисленной решетке с непрерывным временем и периодической функцией интенсивности ветвления. Объясняется, почему рассматриваемая модель описывает случайное блуждание с ветвлением на произвольном периодическом графе. Семейство случайных процессов во всех точках решетки порождает полугруппу операторов в гильбертовом пространстве, суммируемых с квадратом комплекснозначных функций, заданных на решетке, для которой вычислен генератор блуждания  $A$ , выражающийся через матрицу интенсивностей переходов и функции интенсивностей ветвления. Выводится обратное уравнение Колмогорова, которому удовлетворяет среднее число частиц в точках решетки. Оператор  $A$ , стоящий в этом уравнении, и является основной целью дальнейших исследований.

Во второй главе с помощью разложения в прямой интеграл и некоторых других классических приемов спектральной теории операторов и матричного анализа исследуется спектр оператора  $A$ . В теореме 2.3 исследуется положение правого края спектра, а также характер поведения старшей зонной функции в окрестности этого края. Результаты являются обобщением имевшихся ранее

результатов для весового комбинаторного оператора Лапласа на периодическом локально конечном графе. Одной из основных проблем на этом пути явилось то, что здесь, в отличие от предшественников, весовой оператор Лапласа  $A$  исследуется на, вообще говоря, не локально конечном графе. Автор успешно преодолел много технических трудностей.

В третьей главе получено асимптотическое поведение среднего числа частиц в фиксированной точке решетки (теорема 3.3) и среднего числа частиц на всей решетке (теорема 3.6).

В четвертой главе диссертации приводится ряд интересных примеров вычисления среднего числа частиц в узлах графа для случайных блужданий на одно- и двумерных решетках с возможностью перехода только в соседние точки, случайных блужданий на графах, соответствующих графену и станену.

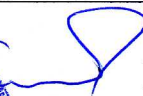


Замечания. Во введении слишком много внимания уделено марковским процессам БьенOME – Гальтона – Ватсона. Они являются процессами с дискретным временем и практически не имеют отношения к исследуемым задачам. Марковскому процессу с непрерывным временем во введении тоже приписано имя БьенOME – Гальтона – Ватсона, хотя дальнейшие исследования ведутся корректно.

Заключение. Отмеченный недостаток не носит принципиального характера и не влияет на общую положительную оценку работы. Представленная диссертация является самостоятельным законченным фундаментальным исследованием и соответствует специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика. Поставленные задачи полностью решены, доказательства теорем проведены на строгом математическом уровне. Все выносимые на защиту результаты диссертации являются новыми. Результаты диссертации опубликованы в четырех печатных работах. Все статьи представлены в реферируемых журналах, входящих в “Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в РФ, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук”, утвержденный ВАК РФ и их переводные версии индексируются в базе данных Scopus. Результаты диссертации докладывались на крупных международных конференциях и ряде научных семинаров. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы в различных вопросах теории вероятностей, стохастического анализа и спектральной теории разностных операторов на периодических графах. Результаты и методы работы могут быть востребованы в исследованиях, проводимых в Санкт-Петербургском государственном университете, Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического

института им. В.А. Стеклова РАН, Новосибирском государственном университете, институте математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.

Диссертация обсуждена на семинаре лаборатории теории вероятностей и математической статистики ИМ СО РАН 14 марта 2019 г. Принято решение – одобрить положительный отзыв. Присутствовало на заседании 12 чел. Результаты голосования: “за” - 12 чел., “против” - нет, воздержавшихся - нет.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация К.С. Рядовкина соответствует требованиям “Положения о порядке присуждения ученых степеней”, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

<p>Отзыв составил:                  Директор Омского филиала ИМ СО РАН,                  зав. лабораторией теоретико-вероятностных методов, д.ф.-м.н.,                  профессор</p>	
	 В.А. Топчий
<p>Г.н.с., руководитель лаборатории теории вероятностей и математической статистики ИМ СО РАН, д.ф.-м.н., профессор</p>	 
<p>14.03.19</p>	В.И. Лотов

Отделение математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (ИМ СО РАН)

Почтовый адрес: 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4  
 Телефон: (8-383) 333-28-92  
 факс: (8-383) 333-25-98  
 Адрес электронной почты: im@math.nsc.ru

Подпись *В.И. Лотов*, *В.И. Лотов*  
 удостоверяю  
 Зав. орготделом Н.З. Киндалева  
 ИМ СО РАН  
 «14» 03 20 19 г.