

Отзыв научного руководителя на диссертацию Я.И. Теплицкой
“Геометрия решений некоторых одномерных задач оптимизации
формы”.

представленной на соискание ученой степени кандидата
физико–математических наук
по специальности 01.01.04 – геометрия и топология

В диссертации Я.И. Теплицкой решены три геометрические задачи, имеющие вариационную природу. Первые две относятся к построению нетривиальных примеров решений (оптимальных множеств) некоторых одномерных задач оптимизации формы, то есть задач вариационного исчисления, в которых неизвестным является множество, в данном случае одномерное связное множество конечной длины. А именно, в диссертации построен явный пример штейнеровского дерева (дерева минимальной длины, соединяющего заданное множество точек) со счетным числом точек ветвления для некоторого специального бесконечного (даже несчетного) заданного множества точек, а также явный пример решения задачи о минимизации функционала максимального расстояния (или, что то же самое, задачи о построении газопровода минимальной длины, обслуживающего заданное множество на плоскости). Построение таких примеров – весьма актуальная, но, как правило, очень сложная задача, и как раз так и получается в данном случае. Актуальность определяется тем, что явные примеры решений необходимы, например, для отладки любого программного кода для численного решения задач оптимизации формы. К сожалению, для большинства таких задач не построено ни одного такого примера, за исключением тривиальных. Происходит это, по-видимому, потому, что в отличие от доказательства существования решений вариационных задач, и даже исследования регулярности решений, для доказательства того, что заданное множества является действительно минимайзером некоторого функционала, не существует никаких “стандартных” общих методов. Поэтому для каждой такой задачи приходится изобретать метод *ad hoc*. В результате обоснование явного примера решения обычно оказывается совершенно нетривиальным и технически сложным, требующим привлечения часто большого количества ухищрений, иногда из разных областей математики. Ровно так и происходит в диссертации с доказательствами оптимальности упомянутых множеств. Они используют идеи и методы из классической евклидовой геометрии, геометрической теории меры (в частности, некоторые идеи доказательства регулярности минимальных поверхностей), топологии и дискретной геометрии.

