Отзыв научного руководителя

о диссертации Золотова Владимира Олеговича

«Метрические пространства с ограничениями на геометрию конечных подмножеств»

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология

Диссертация написана в период обучения Владимира Золотова в аспирантуре ПОМИ РАН. В ней получены несколько замечательных результатов о геометрии римановых и более общих пространств с помощью исследования изометрических типов конечных конфигураций точек.

Плодотворность такого подхода к задачам дифференциальной геометрии хорошо известна начиная с классических работ А.Д. Александрова, его важность стала очевидной после знаменитых результатов М. Громова и Г. Перельмана. В последние годы активно развиваются приложения этого подхода к вопросам на стыке геометрии и анализа: продолжимость липшицевых отображений, случайные блуждания в метрических пространствах.

К последней теме относится задача, с которой началось исследование Владимира Золотова: найти точные оценки марковских констант для некоторых пространств. Марковские константы характеризуют рост моментов функции расстояния при случайных блужданиях определенного вида. На момент начала исследования точное значение марковской константы не было известно даже для внутренней метрики окружности. Этот вопрос исследовался рядом известных математиков, но оставался открытым около 10 лет. В работе дан ответ на вопрос не только для окружности, но и для широкого класса пространств, включающего все компактные однородные пространства и пространства Вассерштейна над ними. В качестве приложения получены результаты о билипшицевой невложимости сноуфлейков, что тоже формулировалось в качестве открытой проблемы известными математиками.

Эти результаты стали возможными благодаря центральной теореме диссертации: для широкого класса пространств, включающего все вышеперечисленные, верно, что любое конечное подмножество можно почти изометрически вложить в плоское многообразие достаточно большой размерности. Это нетривиальный и неожиданный результат, имеющий широкую область применений. Из него, например, следует, что любое свойство, которое можно перефомулировать в терминах изометрических типов конечных подмножеств, будет верным для сфер, если оно доказано для плоских многообразий.

Метрический подход к дифференциальной геометрии обычно состоит в комбинировании двух типов результатов: во-первых, для рассматриваемого класса пространств (например, в александровской геометрии это класс пространств