

Отзыв научного руководителя
о диссертации Алексея Сергеевича Гордеева
“Приложения полиномиального метода в комбинаторике”,
представленной на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

В диссертации Алексея Сергеевича Гордеева получен ряд новых приложений комбинаторной теоремы о нулях Н. Алона и её так называемой явной формы

$$\left[\prod x_i^{d_i} \right] f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{a_i \in A_i} \frac{f(a_1, \dots, a_n)}{\prod_{j=1}^n \prod_{b \in A_j \setminus a_j} (a_j - b)}, \quad |A_i| = d_i + 1, \deg f \leq \sum d_i. \quad (1)$$

Это один из основных алгебраических методов современной комбинаторики, интерес к которому ведущих специалистов только возрастает.

Во введении приводится довольно обстоятельный обзор состояния дел, указаны основные результаты, полученные с помощью полиномиального метода и обозначены текущие направления исследований.

В первой главе вводятся основные понятия и формулируются используемые в работе теоремы.

Глава 2 посвящена результатам по коэффициентам многочленов Лорана, близких к многочлену Дайсона $\prod_{i \neq j} (1 - x_i/x_j)^{a_i}$ и предложенному Эндрюсом его q -аналога. Здесь диссертанту удалось передоказать единообразно с помощью (1) ряд известных результатов и получить их одновременное обобщение, до того неизвестное.

В главе 3 та же формула (1) применяется в другой области — теории списочных раскрасок графов. Возможность применения к таким задачам полиномиального метода Алона – Тарси основывается на не обращении в 0 некоторого коэффициента графового многочлена. Алексей приводит ряд новых случаев — графов вида “прямое произведение данного графа и чётного цикла”, в которых коэффициент с помощью (1) интерпретируется как след степени некоторой матрицы, анализ собственных чисел которой гарантирует, что коэффициент не равен 0. Приведу одну теорему, формулировка которой особенно элегантна: если nm чётно, то тороидальная решётка $n \times m$ списочно 3-раскрашиваема.

В главе 4 получен ряд интересных результатов для двудольных гиперграфов (то есть таких, чьи вершины можно покрасить в два цвета так, что нет одноцветных рёбер). Развитием оригинального метода Алона и Тарси удаётся доказать, что если любое ребро содержит не менее s вершин, а через каждую вершину проходит не больше чем Δ рёбер, то такой граф списочно раскрашиваем в $\lceil \Delta/s \rceil + 1$ цветов. Усилен результат Томассена, доказавшего что любой k -регулярный k -однородный гиперграф 2-раскрашиваем при $k \geq 4$: установлено, что то же верно и для списочных раскрасок.

Считаю представленную диссертацию цельным научным исследованием, соответствующим всем требованиям, какие можно предъявлять к кандидатским диссертациям. Отмечу, что помимо вошедших в текст диссертации работ её автор имеет ряд

