

ОТЗЫВ

научного руководителя на кандидатскую диссертацию Андрея Валентиновича ЛАВРЕНОВА на тему “Строение групп Стейнберга”

Диссертация Андрея Лавренова посвящена структурной теории групп Стейнберга, для классических и близких к ним групп над кольцами, и связана с несколькими центральными темами теории алгебраических групп и алгебраической K -теории. Начнем с нескольких замечаний по поводу общего контекста и места результатов диссертации в общей картине.

Кандидаты на роль “очевидных образующих” классических групп известны уже довольно давно, по крайней мере с конца XIX века (а если говорить про обычные линейные трансвекции, то, разумеется, гораздо раньше, примерно с IV—III века до н.э.). Тем не менее, очевидные соотношения между этими очевидными образующими были описаны только в работах Стейнберга 1961—1962 годов. В этих работах Стейнберг впервые рассмотрел для расщепимых простых алгебраических групп абстрактные группы, заданные этими очевидными соотношениями и доказал, что в случае поля, кроме нескольких маленьких исключений, они центрально замкнуты а над конечными полями, кроме того, совпадают с односвязными группами Шевалле.

Эти исследования были сразу продолжены Милнором, который определил в терминах групп Стейнберга функторы K_2 — эта теория изложена в его классической книжке “Введение в алгебраическую K -теорию”. В частности, Милнор и Кервер доказали центральную замкнутость линейных групп Стейнберга $St(n, R)$, над произвольными ассоциативными кольцами при $n \geq 5$.

Эти исследования были сразу же подхвачены и продолжены другими классиками алгебраической K -теории, в том числе Баком, Стайном, Деннисом, Суслиным, Васерштейном, ван дер Калленом и другими. При этом первоначально Бак и Стайн, а после них Деннис и Васерштейн работали на стабильном уровне, когда ранг достаточно велик по сравнению с размерностью основного кольца.

Однако после работ Суслина стало ясно, что над коммутативными и близкими к ним кольцами качественные ответы выполняются начиная с некоторого места, не зависящего от размерности основного кольца. В частности, в линейном случае ван дер Каллену удалось построить другое представление группы Стейнберга $St(n, R)$ над коммутативным кольцом R при $n \geq 4$, из которого сразу вытекает центральность расширения $St(n, R) \rightarrow E(n, R)$, т.е. центральность $K_2(n, R)$. Вскоре Туленбаев распространил это другое представление на группы над почти коммутативными кольцами и доказал еще несколько замечательных результатов о линейных группах Стейнберга, в том числе K_2 -аналог проблемы Серра.

Эти результаты были инструментальными в доказательстве общей стабилизационной теоремы Суслина для высших K -функторов и при доказательстве совпадения линейных K -теорий Квиллена и Володина.

Тогда же, в конце 1970- и начале 1980-х годов была выдвинута программа обобщения этих результатов на другие группы, но до самого недавнего времени, в частности, до работ диссертанта 2015–2017 годов, эта программа так и не была реализована. В диссертации Андрея Лавренова получены три крупных продвижения в направлении обобщения этих классических результатов на все группы Шевалле и на широкие классы (не обязательно алгебраических) классических групп. По крайней мере одно из них носит абсолютно новаторский и прорывной характер.

