

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации

Андрианова Павла Андреевича

«Многомерные периодические

системы всплесков»,

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и

функциональный анализ

Теория всплесков является активно развивающимся разделом современной математики, активно используемым в самых разнообразных приложениях. Наибольший интерес для цифровой обработки видеосигналов представляют как раз многомерные всплески, которым посвящена диссертация П. А. Андрианова. Они открывают новые возможности, недоступные классическому Фурье-преобразованию. Так, например, использование всплеск-преобразований позволяет существенно уменьшить константу неопределенности, открывая тем самым возможность локализации тех или иных особенностей исследуемых явлений. Каждое новое исследование в области многомерного всплеск-анализа, появление алгоритмов построения новых базисов и фреймов всплесков открывает перспективные возможности и, несомненно, актуально.

Первая глава диссертации вводная, не будем на ней останавливаться. Основное содержание работы расположено в главах 2, 3 и 4.

В главе 2 автор находит достаточное условие, которое обеспечивает беселевость системы многомерных всплесков. Опираясь на это условие, сформированы алгоритмы построения безусловных базисов всплесков в пространстве  $L_2(\mathbb{T}^d)$ . Входные данные алгоритмов сформулированы в терминах требований к тригонометрическим полиномам. В заключительном параграфе главы 2 представлен упрощенный вариант алгоритма построения пары двойственных фреймов всплесков, который можно применять в ситуациях, когда требуется появление избыточных систем, используемых, например, в помехоустойчивом кодировании.

В третьей главе автор даёт широкое обобщение определения дискретного периодического кратномасштабного анализа (КМА) А. П. Петухова. Это обобщение в двух направлениях: во-первых, на *многомерные* периодические системы всплесков на целочисленной решетке, а, во-вторых, существенно ослаблены первоначальные ограничения. Представлен способ построения систем функций с помощью КМА, соответствующих введенному определению. В теореме 3.2 показано, что эти системы функций обладают свойствами, которые аналогичны таковым для классических систем всплесков непрерывного аргумента.



Классическая схема анализа и сжатия информации состоит из двух основных этапов — прямого (анализ) и обратного (синтез) преобразований. Если прямое преобразование выделяет в исходной информации базовые и детализирующие компоненты, существенно упрощая сжатие информации, то обратное дает возможность восстановления исходной информации. В §3.3 получены удобные формулы прямого и обратного всплеск-преобразования, основанного на построенных системах всплесков. Соответствующие формулы приведены в матричном представлении.

В четвертой главе изучаются аппроксимативные свойства т.н. сепарабельного КМА Хаара в пространствах  $C(\mathbb{T}^d)$ , который получен тензорным произведением одномерных КМА Хаара. Получены прямые и обратные аппроксимационные теоремы с точными константами и порядками шага модуля непрерывности. Для частного случая  $d = 2$  обнаружена интересная возможность уменьшения констант в неравенствах типа Джексона в зависимости от выбора порядка аппроксимирующих полиномов. Аналогичные результаты с точными константами получены и в обратных аппроксимационных теоремах как в пространстве  $C(\mathbb{T}^d)$ , так и в частном случае  $C(\mathbb{T}^2)$  с соответствующими уточнениями.

В диссертации использованы разнообразные методы современного математического и функционального анализа, автор уверенно владеет сложной техникой многомерного всплеск-анализа, показывает высокий уровень общей математической культуры.

В целом диссертация написана ясно, на высоком математическом уровне. Выскажу несколько несущественных замечаний.

1) Базис Рисса — понятие более известное чем фрейм, и определение базиса Рисса через фрейм выглядит искусственно.

2) На с.19 приводится определение биортонормированных систем. В отечественной литературе такие системы принято называть «биортогональными».

3) В некоторых местах текста неожиданно появляются английские слова, например, на с. 34 можно увидеть слово «hence».

4) В библиографии почти все ссылки даны на английском языке, хотя многие источники первоначально были опубликованы на русском языке, или имеют перевод на русский язык. Журнал «Математические заметки» цитируется как «Math. Notes,» а книга И. Добеши «Десять лекций о вейвлетах» как «Ten lectures...».

Диссертация носит теоретический характер, и одновременно, многие ее результаты готовы для практической реализации в задачах цифровой обработки и сжатия информации. Вполне возможно, что результаты диссертации найдут новые неожиданные приложения. Результаты диссертации являются новыми, они строго доказаны в тексте диссертации. Все результаты своевременно опубликованы в 9 статьях (из них 3 в соавторстве), и неоднократно докладывались на международных конференциях.

Диссертация Андрианова Павла Андреевича «Многомерные периодические системы всплесков» представляет собой законченное научное исследование, вносящее заметный вклад в многомерный всплеск-анализ. Текст диссертации написан на хорошем уровне. Автореферат правильно отра-

