

ОТЗЫВ

официального оппонента Тихомирова А.Н.

о диссертации Алексеева Ивана Алексеевича

«Устойчивые случайные величины и векторы с комплексным индексом устойчивости», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Диссертация посвящена обобщению теории устойчивых распределений на случай комплексного показателя устойчивости. Теория устойчивых случайных величин берет свое начало с работы П. Леви 30-х годов прошлого столетия. С той поры появилась обширная литература, создана красивая и стройная теория устойчивых случайных величин и векторов с вещественным параметром, и казалось бы трудно придумать в этой теории что-то новое. Алексеев И.А. нашел, однако, совершенно естественное продолжение устойчивых величин на случай комплексного показателя, построив при этом стройную и красивую теорию. Это отнюдь нетривиальное обобщение потребовавшее достаточную изобретательность и применение современного математического аппарата.

Диссертация состоит из введения, 4 глав и приложения. Во введении дается достаточно подробный обзор состояния теории устойчивых случайных величин с вещественным параметром. В первой главе дается определение устойчивой (без сдвига) случайной величины с комплексным показателем α , удовлетворяющем условию $|1/2 - \alpha| < 1/2$, с помощью представления случайной величины в виде стохастического интеграла по пуассоновской случайной мере (см. определение 1 на странице 21). Для введенных таким образом случайных величин получено выражение для логарифма характеристической функции (теоремы 1 и 2). По-видимому, основными результатами этой главы являются доказательство свойства алгебраической устойчивости введенных случайных величин (теорема 3) и описание области притяжения к α -устойчивым случайным величинам (теорема 6). Т.е. получено полное обобщение результатов для устойчивых случайных с вещественным показателем на случай устойчивых(без сдвига) случайных величин с комплексным показателем α , удовлетворяющем условию $|\alpha - 1/2| < 1/2$. В конце главы приведены результаты численного моделирования устойчивой случайной величины с показателем α , способствующие лучшему пониманию роли параметра "комплексности" $\gamma(\alpha)$.

В главе 2 рассматривается определение устойчивой случайной величины с комплексным показателем в общем случае. Дается определение устойчивой случайной величины с показателем α , удовлетворяющему условию $|\alpha - 1/2| < 1/2$, сдвигом z и мерой $\lambda(d\psi)$ на $[0, 2\pi)$. Этот класс случайных величин несколько шире, чем введенный в первой главе. Получены формулы для логарифма характеристической функции таких случайных величин (теоремы 9 и 10). Далее дается определение устойчивой случайной величины с показателем α , удовлетворяющем условиям $|\alpha - 1| < 1$ и $|\alpha - 1/2| > 1/2$. Также как и в первой главе для общего случая доказаны аналоги соответствующих результатов для устойчивых величин с вещественным показателем, а именно: получено выражение для логарифма характеристической функции (теоре-

ма 11), доказана экспоненциальная скорость убывания модуля характеристической функции (теорема 12), показано свойство алгебраической устойчивости (теорема 14), получены условия принадлежности распределения случайной величины к области притяжения устойчивого распределения с комплексным показателем. Вводится понятие комплексно-устойчивых случайных величин, которые являются пределом по распределению последовательности случайных величин

$$\frac{1}{B_n} \sum_{k=1}^n X_k - z_n,$$

где B_n, z_n - некоторые последовательности комплексных чисел, $\{X_k\}$ - последовательность комплекснозначных независимых одинаково распределенных случайных величин. Показано, что любая комплексно-устойчивая величина либо вырождена, либо гауссовская, либо α -устойчива с показателем α , удовлетворяющем соотношению $|\alpha - 1| < 1$.

В главе 3 дается обобщение понятия устойчивости с комплексным показателем устойчивости на случай векторов. Если понятие устойчивости случайных величин вводилось с помощью представления случайной величины в виде стохастического интеграла, то понятие устойчивости с комплексным показателем исходя из свойства алгебраической устойчивости (см. определение 5). При этом доказывается безграничная делимость распределения вектора из вещественных и мнимых частей исходного комплекснозначного вектора (определение (29)) и найдена мера Леви этого вектора (теорема 28). Приведены условия принадлежности вектора области притяжения распределения устойчивого вектора.

В главе 4 построен аналог оператора Римана - Лиувилля в случае комплексного индекса α и найдена аппроксимация решения задачи Коши для соответствующего эволюционного уравнения.

Работа Алексева И.А. написана очень хорошо, ясным и четким языком. Доказательства строго изложены. Несмотря на достаточно большой объем диссертации в тексте практически нет опечаток, а замеченные совершенно несущественны. Так, например, на странице 20 в последнем предложении пропущена запятая после α . На странице 13 автореферата в 11-ой строке снизу должно быть либо множественное число в слове "обратимым либо это слово должно быть опущено. (В тексте диссертации на странице 74 в соответствующем предложении оно отсутствует).

Приведенные в работе Алексева И.А. результаты представляют собой разностороннее и связанное исследование единого объекта.

Основные результаты диссертации Алексева И.А. опубликованы в ведущих отечественных математических журналах, входящих в список ВАК, и докладывались на различных международных и всероссийских конференциях, а также на Санкт-петербургском городском семинаре по теории вероятностей и Большом семинаре кафедры теории вероятностей МГУ.

Все результаты строго математически доказаны. Автореферат точно и полно отражает содержание диссертации. Диссертационная работа Алексеева Ивана Алексеевича «Устойчивые случайные величины и векторы с комплексным индексом устойчивости» соответствует требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — «Теория вероятностей и математическая статистика».

Доктор физико-математических наук, профессор

А. Н. Тихомиров



Подпись А. Н. Тихомирова заверяю.

Начальник общего отдела
ФИЦ Коми НЦ УРО РАН

Леонова М.Н.
«август» 2022 г.