ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Иевлева Павла Николаевича

Операторный подход к построению комплексных и отражающихся случайных процессов

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика

Исследование связей между теорией случайных процессов и теорией уравнений в частных производных, а также интегро-дифференциальных уравнений, возникающих в математической физике и других областях естественных наук было начато еще в пионерских работах А.Н.Колмогорова и продолжается до настоящего времени. Нахождение новых связей позволяет получать более глубокие результаты как в исследовании случайных процессов, так и в решении задач математической физики. Диссертация Иевлева П.Н. посвящена установлению новых связей между этими двумя теориями, и полученные в ней результаты позволяют расширить класс задач, для которых эти связи удается установить, включив в рассмотрение, например, задачу Коши и краевые задачи для многомерного уравнения Шредингера. Таким образом диссертант продемонстрировал эффективность в многомерном случае методов и подходов, предложенных в работах И.А. Ибрагимова, Н.В. Смородиной и М.М. Фадеева. Для получения требуемых результатов при этом были использованы методы и результаты функционального анализа и теории операторов, а также теории случайных процессов.

Хорошо известно, что марковский случайный процесс $\xi(t) \in R^d$, заданный на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ и имеющий переходную вероятность $P(s, x, t, G) = P\{\xi(t) \in G|\xi(s) = x\}, G \subset R^d$ порождает эволюционный оператор $T(t-s)f(x) = \int_{R^d} f(y)P(s, x, t, dy)$ действующий в соответствующем функциональном пространстве, генератор $\mathcal{L}$ которого $\mathcal{L}\phi = \lim_{t\to s} \frac{\int_{R^d} f(y)P(s,x,t,dy)-f(x)}{t-s}$ – это некоторый неограниченный оператор с заданной областью определения. Если $\xi(t)$ - диффузионный процесс, то $\mathcal{L}$ - это эллиптический оператор, и $u(t-s, x) = T(t-s)f(x)$ - дважды дифференцируемая функция, то u является классическим решением задачи Коши $\frac{\partial u}{\partial s} = \mathcal{L}u, \quad u(0, x) = f(x)$.

Диссертанту удалось установить наличие аналогичных связей для нового круга задач, переходя к рассмотрению обобщенных случайных процессов и выбирая в качестве тестовых функций функции, являющиеся обратными преобразованиями Фурье зарядов конечной полной вариации с финитными носителями. При этом с помощью многомерных аналогов конструкций, предложенных в одномерном случае в работах Ибрагимова, Смородины и Фаддеева, он построил случайные процессы, распределения которых аппроксимируют решение задачи Коши во всем пространстве и краевых задач с условиями Дирихле и Неймана в ограниченной области для многомерного уравнения Шредингера.

Отметим, что диссертанта интересует как потраекторное описание отражающегося броуновского движения, так и описание эволюции его распределения и он строит аналог разложения Скорохода для отражающегося многомерного броуновского процесса в шаре в терминах разности полугруппы порожденной броуновским процессом во всем пространстве и полугруппы, порожденной процессом с отражением, действующей на функции с носителем на границе шара, называя последнюю накопленным импульсом. Далее полученные результаты распространяются на процессы Леви, в частности построен симметричный чисто скачкообразный процесс Леви с отражением в произвольной гладкой ограниченной области.

Опишем несколько подробнее основные конструкции разработанные в диссертации.

В первой главе дисссертант рассматривает пространство $\mathcal{RV}(R^d)$ d- мерных случайных векторов , заданных на некотором вероятностном пространстве, выбирает в качестве тесто-