

Отзыв официального оппонента о диссертации  
Крюкова Николая Алексеевича

**«Различные задачи случайного заполнения множеств»,**

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – "Теория вероятностей и математическая статистика".

В диссертации Н.А.Крюкова изучаются различные аспекты так называемой задачи о парковке, суть которой связана со случайным заполнением отрезка интервалами меньшей длины.

Начало исследований по этой проблематике положил А.Реньи (Rényi A.) в пионерской работе 1958 года. Постановка задачи выглядела так.

На отрезке  $[0, x]$  размещается интервал единичной длины с левой границей в точке  $t$ , равномерно распределённой на  $[0, x-1]$ . Таким образом, отрезок  $[0, x]$  разбивается на два. Если длина какого-либо из этих двух отрезков меньше единицы, он исключается из дальнейшего рассмотрения. Оставшиеся отрезки заполняются по тому же правилу независимо друг от друга. Когда отрезок  $[0, x]$  заполнен полностью, общее количество  $\xi_x$  размещённых на нем единичных отрезков подсчитывается.

Реньи доказал, что для любого  $n > 1$  при  $x \rightarrow +\infty$  имеет место соотношение  $E\{\xi_x\} = \lambda x + \lambda - 1 + o(x^{-n})$ , и вычислил постоянную  $\lambda$ .

В 1964 году в работе Дворецкого и Роббинса (Dvoretzky A., Robbins H.) скорость сходимости в этом соотношении была существенно уточнена, а также доказана асимптотическая нормальность  $\xi_x$ .

Основной целью представленной на отзыв диссертации Н.А.Крюкова, по нашему мнению, является распространение упомянутых выше результатов на более общую, в сравнении с равномерной, схему случайного размещения интервалов, а также изучение их дискретных аналогов.

Кратко проанализируем содержание диссертации, общим объемом 79 стр., содержащей шесть глав и список литературы из 23 наименований.

В первой главе (она же «Введение») содержится описание структуры диссертации, а также формулируются ее цели (включая формулировки выносимых на защиту положений),

используемые методы, описывается её степень достоверности и апробация.

Вторая глава посвящена распространению задачи Реньи на случай, когда закон распределения размещаемых интервалов принадлежит некоторому семейству, более общему, нежели равномерный закон. Доказано, что для всех законов распределения из этого семейства, ранее полученные асимптотические результаты (в частности, асимптотическая нормальность) сохраняют справедливость.

В третьей главе рассматривается дискретный аналог задачи Реньи в духе недавней работы Р.Пински (Pinsky R. G.), 2014г, о случайном размещении отрезков целой длины  $l \geq 2$  на отрезок  $[0, n]$ . Диссертанту удалось существенно уточнить и обобщить результаты Пински, а также распространить их на случай центральных моментов высших порядков, позволило, применяя метод моментов, доказать асимптотическую нормальность дискретных аналогов величины  $\xi_x$ . В случае  $l=2$  удалось найти точные формулы для математического ожидания и дисперсии, справедливые при любом  $n$ .

В четвертой главе диссертант, размещая единичные интервалы на отрезке  $[0, n]$ , дополнительно предполагает, что для этой цели требуется место длины не меньше  $l$ , где целое  $l=2, 3, \dots$  (т.н. задача об эгоистичной парковке). Здесь найдены точные формулы для первых трех центральных моментов дискретного аналога  $\xi_x$ , справедливые при любом  $n$ , а при  $l=2$ , кроме того, доказана асимптотическая нормальность числа размещенных интервалов.

Наконец, в пятой главе, также как двух предыдущих, на отрезке  $[0, n]$  случайным образом размещаются интервалы, длина которых является случайной величиной типа Бернулли, принимающей значения 1 или 2. Нас снова интересует суммарная длина занятого на отрезке  $[0, n]$  места в процессе заполнения. Для этой модели удалось получить точное выражение для математического ожидания меры заполненной части отрезка.

Шестая глава диссертации содержит доказательства ряда технических лемм, которые используются при доказательствах результатов из глав 2-5.

Отмечу, что в процессе доказательств, в частности, при вычислении соответствующих производящих функций, автор проявил незаурядную изобретательность.

В тексте диссертации замечено несколько несущественных опечаток, например, обозначение  $l^*$  перед Т.1 следует заменить на  $l$ , а в заголовке на стр.75 слово «Дифференцирование» поменять на «Интегрирование».

Полагаю, что диссертация Н.А.Крюкова является заметным вкладом в теорию случайных заполнений множеств, темы достаточно актуальной. Все защищаемые результаты являются новыми и представляют интерес, как в теоретическом, так и в практическом плане. Они достаточно подробно и строго обоснованы, и своевременно опубликованы в 6 научных работах в журналах, входящих в список изданий, рекомендованных ВАК.

Результаты диссертации докладывались на российских и международных семинарах и конференциях.

Автореферат полно отражает содержание диссертации и разослан в установленное время.

Все вышесказанное позволяет заключить, что диссертация Крюкова Николая Алексеевича удовлетворяет всем условиям, предъявляемым ВАК к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент  
доктор физико-математических наук  
**Розовский Леонид Викторович**,  
ФГБОУ ВО Санкт-Петербургский государственный химико-фармацевтический университет Министерства здравоохранения России,  
профессор кафедры Высшей математики



Подпись руки

удостоверяю

Начальник отдела документации

ФГБОУ ВО СПбФУ Минздрава России

*Розовский Л.В.*  
09.04.2022  
*Иван*

Павлов И.Е.

