О Т З Ы В
ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА НА ДИССЕРТАЦИЮ И.М.ВАСИЛЬЕВА "ГРАНИЧНАЯ ГЛАДКОСТЬ, К-ЗАМКНУТОСТЬ И РАЗЛОЖЕНИЯ ЛИТТЛВУДА–ПЭЛИ", ПРЕДСТАВЛЕННУЮ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

Диссертация И.М.Васильева посвящена обобщению нескольких классических утверждений из вещественного и комплексного анализа на многомерный случай.

Остановимся более подробно на основных результатах диссертации. Во *второй главе* дано обобщение известной теоремы из комплексного анализа, утверждающей, что гладкость функции, аналитической и не имеющей нулей в круге, а также непрерывной вплоть до его границы, в два раза меньше гладкости модуля ее граничного значения. Эта теорема была получена (при различных условиях на рассматриваемые классы функций) в работах В.П.Хавина, Ф.А.Шамояна и Н.А.Широкова. В статье А.В.Васина, С.В.Кислякова и А.Н.Медведева был предложен ее локальный вариант, формулируемый в терминах средней осцилляции функции. Именно в этой форме теорема переносится в диссертации на функции, аналитические в единичном шаре в $\mathbb{C}^n$ (теоремы 1 и 2). Более того, в теореме 3 показано, что указанный результат является точным. Для доказательства приведенных утверждений используются методы вещественного анализа и, в частности, теории сингулярных интегральных операторов, свободное владение которыми автор демонстрирует. Из многомерного комплексного анализа участвует только интегральное представление Коши в шаре, называемое иногда формулой Коши–Фантапье. Нет особых сомнений в том, что эти результаты должны распространяться на области голоморфности более общего вида, например, строго псевдовыпуклые области (локально биголоморфно эквивалентные строго выпуклым). Для их доказательства придется по-видимому использовать более общие интегральные представления типа Коши–Лере. Было бы также интересно изучить соотношение между гладкостью модуля граничного значения функции и ее гладкостью при подходе к границе по некасательным путям и путям, касающимся границы вдоль комплексных касательных направлений (как в многомерном варианте теоремы Линделефа, доказанном Е.М.Чиркой).

Главным результатом *третьей главы* является теорема 6 о К-замкнутости пары вещественных пространств Харди в $\mathbb{R}^n$ с различными показателями $\frac{n-1}{n} < p_1 < p_2 \leq \infty$ в паре пространств Лебега с теми же показателями. Это утверждение, как и теоремы второй главы, касается соотношения между функциями, на этот раз гармоническими в полупространстве $\mathbb{R}^{n+1}_+$, и их граничными значениями на $\mathbb{R}^n$. А именно, из доказанной теоремы следует, что разложение граничной функции на компоненты, принадлежащие пространствам Лебега с показателями p_1, p_2, порождает аналогичное разложение самой функции на компоненты из пространств Харди с теми же показателями и нормами, контролируемыми нормами лебеговых компонент.