

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
НА ДИССЕРТАЦИЮ ЕГОРЧЕНКОВОЙ Е.А.

“ВЕРБАЛЬНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ПРОСТЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ГРУПП НАД
БЕСКОНЕЧНЫМИ ПОЛЯМИ”

на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук по специальности 01.01.06.

математическая логика, алгебра и теория чисел.

Вербальные отображения групп $\tilde{w} : G^n \rightarrow G$, определяемые словами w свободной группы: $\tilde{w}(g_1, \dots, g_n) = w(g_1, \dots, g_n)$, стали популярной темой в теории групп в последние годы. Особенно выделяется случай, когда G – это группа K -точек простой алгебраической группы, определенной над полем K . Многочисленные работы как российских математиков, так и математиков Англии, Германии, Израиля и других стран в этом направлении привели к различным результатам, связанным с теорией таких отображений и структурной теорией алгебраических групп. В данной актуальной тематике находится и диссертация Е. А. Егорченковой.

В диссертации получены следующие новые результаты. Для группы точек $G = G(K)$ – односвязной расщепимой простой алгебраической группы – улучшен результат теоремы Hui-Larsen-Shalev, а именно, доказано, что образ вербального отображения $\tilde{w} : G^n \rightarrow G$ содержит все нецентральные элементы группы G при условии, что $w = w_1 w_2 w_3$ – произведение трех нетривиальных слов с независимыми переменными (в теореме Hui-Larsen-Shalev $w = w_1 w_2 w_3 w_4$) и что группа G не является группой типа B_2, G_2 . Для групп типа B_2, G_2 доказано, что элементы большой клетки Брюа этих групп содержатся в образе вербального отображения \tilde{w} при $w = w_1 w_2 w_3$. В свою очередь, результаты о вербальных отображениях для групп типов B_2, G_2 используют результаты, также полученные в данной диссертации, о вхождении в образ вербального отображения $\tilde{w} : G^n \rightarrow G$ расщепимых полупростых и унипотентных элементов (при определенных условиях на типы групп и полей).

Следует отметить, что практически все результаты по теории вербальных отображений алгебраических групп относятся к случаям расщепимых или анизотропных групп. В данной диссертации рассматривается, возможно, пока единственный пример вербальных отображений изотропных, но нерасщепимых простых (редуктивных) алгебраических групп, а именно, $\tilde{w} : \mathrm{GL}_n(D)^{2k} \rightarrow E_n(D)$, где $w = \prod_{i=1}^k [x_i, y_i]$, D – некоммутативное тело, а $E_n(D)$ – группа, порожденная трансвекциями. Получен следующий результат: при $\tilde{w}(D^{*2k}) = [D^*, D^*]$ образ вербального отображения \tilde{w} содержит $E_n(D) \setminus Z(E_n(D))$ ($Z(E_n(D))$ – центр группы $E_n(D)$). При этом, если каждый элемент из $[D^*, D^*]$ является коммутатором элементов из D^* и $n > 2$, тогда каждый нецентральный элемент $E_n(D)$ является коммутатором элементов из $E_n(D)$. Этот результат является обобщением известной теоремы для группы $E_n(K) = \mathrm{SL}_n(K)$ над полем.

