

**ОТЗЫВ**  
**официального оппонента**

на диссертацию **Фёдора Александровича Гнутова**  
*“Вербальные отображения с константами простых алгебраических групп”*  
представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.06. – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Вербальные отображения групп  $\tilde{w} : G^n \rightarrow G$ , определяемые словами  $w$  свободной группы, в последние годы являются популярной темой в теории групп и, в частности, теории алгебраических групп. Многочисленные работы как российских математиков, так и математиков Англии, Германии, Израиля и других стран в этом направлении привели к различным результатам, связанным как с теорией таких отображений, так и со структурной теорией алгебраических групп. Естественным обобщением вербальных отображений являются вербальные отображения с константами  $\tilde{w}_\Sigma : G^n \rightarrow G$ , где  $\tilde{w}_\Sigma$  – элемент  $w_1\sigma_1 \cdots w_m\sigma_m w_{m+1}$  группы  $F_n * G$ , у которого  $w_i \in F_n, \sigma_j \in G \setminus Z(G)$ . Исследование свойств таких отображений является естественным методом изучения общих вербальных отображений (что, в частности, и показано в первой главе данной диссертации). Действительно, фиксируя в отображении  $\tilde{w}(x_1, \dots, x_p)$  несколько переменных, мы получим отображение с константами  $\tilde{w}_\Sigma(x_1, \dots, x_n)$ , но от меньшего числа переменных. Кроме того, отображения с константами связаны с другой интересной темой в теории алгебраических групп, а именно, с теорией тождеств с константами, которые в свою очередь играют огромную роль в изучении подгрупп групп Шевалле. Таким образом, тема диссертации Ф. А. Гнутова представляется интересной и актуальной.

Известно, что любое вербальное отображение  $\tilde{w} : G^n \rightarrow G$  простой алгебраической группы доминантно. Поэтому образ такого отображения содержит непустое открытое подмножество  $G$ . Отсюда, в частности, следует что образ “разложимого” вербального отображения (т. е. отображения, которое соответствует слову  $w = w_1w_2$ , являющемуся произведением слов от независимых переменных) сюръективен. Для неразложимых слов вопрос о сюръективности вербальных отображений является нерешенной задачей. Все известные примеры несюръективных вербальных отображений являются вариациями известного примера А. Бореля для степенного отображения группы  $SL_2$ . Однако, и примеров сюръективных неразложимых отображений тоже очень мало (см. Успехи математических наук, т. 73, №5, 3–52). В работе Т. Бандман и Ю. Зархина было показано, что для слов, не содержащихся во втором члене  $F_n^2$  нормального ряда свободной группы  $F_n$ , все соответствующие вербальные отображения группы  $PGL_2$  сюръективны. Кроме того, было показано, что образы всех вербальных отображений  $PGL_2$  содержат все полупростые элементы группы. Однако, вопрос об унипотентных элементах в образах вербальных отображений групп  $SL_2, PGL_2$  остается открытой проблемой.

В первой главе диссертации Ф. А. Гнутова получено существенное продвижение в этой задаче. А именно, приведен метод, позволяющий строить сюръективные вербальные отображения на  $SL_2, PGL_2$ , соответствующие словам, содержащимся в любом члене нормального ряда свободной группы. До этого результата были лишь отдельные примеры, соответствующие словам из  $F_n^2 \setminus F_n^3$ . В этой главе как метод используется анализ некоторых вербальных отображений с константами.

Во второй главе диссертации рассматриваются вербальные отображения с константами, у которых образ содержится в единственном классе сопряженных элементов. В работе показано, что для присоединенных простых алгебраических групп типа  $A_r, D_r, E_r$

