

ОТЗЫВ

Научного руководителя о диссертации А. С. Целищева «Два сюжета из гармонического анализа: квадратичные функции и задача об изоморфизме», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация состоит из пяти глав, включая введение. В главах 2-4 разрабатывается классический сюжет из гармонического анализа, восходящий к фундаментальной теореме Литтлвуда и Пэли. Эта теорема говорит о том, что при $1 < p < \infty$ норма любой функции в пространстве L^p эквивалентна L^p -норме некоего квадратичного выражения, связанного с этой функцией. В самом первом варианте речь шла об L^p -норме квадратного корня из суммы квадратов модулей «кусочков», полученных из исследуемой функции применением достаточно регулярно устроенных мультипликаторов Фурье. Позже возник термин «теория Литтлвуда-Пэли», который стал применяться ко всем без исключения подобным оценкам, в том числе и таким, в которых квадратичное выражение не связано напрямую с мультипликаторами и зависит от непрерывного параметра (тем самым содержит интеграл вместо суммы). Такого рода оценки используются при доказательстве огромного количества результатов в гармоническом анализе – начиная с теоремы Марцинкевича о мультипликаторах Фурье и до гораздо более поздних вещей, например, таких, как атомные разложения для функций из классов Харди.

В главе 2 доказано одно общее утверждение об описании пространства $BMO(\mathbb{R}^n)$ в терминах квадратичных выражений, в каком-то смысле родственных тем, что встречаются в классической теореме Литтлвуда-Пэли. Мотивом для исследования послужила теорема С. В. Бочкарёва, где такое описание было получено, когда $n=1$, а «фрагменты» исследуемой функции, из которых составляются квадратичные выражения, определяются в терминах сверток этой функции с ядрами Валле-Пуссена. Отмечу, что эта одномерная характеристика с большой эффективностью применялась С. В. Бочкарёвым к многочисленным тонким вопросам теории тригонометрических рядов. Диссертанту удалось получить аналогичное n -мерное утверждение, в котором ядра Валле-Пуссена заменены но последовательность мультипликаторов Фурье, удовлетворяющих условиям теоремы Михлина-

