

**Отзыв научного руководителя о диссертации
Смаля Александра Владимировича**

**«ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НИЖНИХ ОЦЕНОК
НА РАЗМЕР ФОРМУЛ ДЛЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ
МЕТОДАМИ КОММУНИКАЦИОННОЙ СЛОЖНОСТИ»,**

представленной на соискание

**ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.**

Диссертация А. В. Смаля относится к математической логике, а именно, к теории сложности вычислений. В ней исследуются подходы для доказательства нижних оценок на размер формул для булевых функций методами коммуникационной сложности. Изучение формульной сложности булевых функций — это одно из классических направлений теории сложности вычислений, которое берёт своё начало в работах Б. А. Субботовской, В. М. Храпченко, Э. И. Нечипорука и других известных учёных. Центральная проблема этой области — это доказательство суперполиномиальных нижних оценок на размер формул для явно заданной булевой функции от n переменных. Риордан и Шеннон показали, что подавляющее большинство всех булевых функций от n переменных не имеют формул размера менее, чем $\Omega(2^n / \log n)$. Наилучшая известная на данный момент нижняя оценка $\Omega(n^3)$ на размер формулы в базисе Де Моргана для конкретной явно заданной функции впервые доказана Хостадом тридцать лет назад. Методы доказательства Хостада, как и предшествующий метод сжатия, предложенный Субботовской, не подходят для доказательства более сильных оценок. Карчмер, Раз и Вигдерсон предложили подход к доказательству суперполиномиальных нижних оценок на размер формул, основанный на изучении формульной сложности блочной композиций функций, предложив доказать, что формульная сложность композиции двух произвольных непостоянных булевых функций приблизительно равна произведению их формульных сложностей (гипотеза Карчмера — Раза — Вигдерсона). Эту же гипотезу можно сформулировать на языке коммуникационной сложности. Действительно, Карчмер и Вигдерсон заметили, что между формулами в базисе Де Моргана и коммуникационными протоколами для игр Карчмера — Вигдерсона существует соответствие: формуле для булевой функции f размера s соответствует протокол размера s для игры Карчмера — Вигдерсона для f , и наоборот. Используя это соответствие можно применять методы коммуникационной сложности для доказательства оценок на размер формул. В терминах коммуникационной сложности гипотеза Карчмера — Раза — Вигдерсона гласит, что коммуникационная сложность игры Карчмера — Вигдерсона для блочной композиции двух функций примерно равняется сумме коммуникационных сложностей игр Карчмера — Вигдерсона для соответствующих функций. Изучение различных вариантов этой гипотезы стало одним из основных направлений в данной области.

В первой главе диссертации представлены основные определения и результаты из коммуникационной сложности и теории информации, необходимые для формулировки и доказательства результатов последующих глав.

Во второй главе рассмотрена задача о предсказании координат случайной вели-

