

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Александра Андреевича Логунова "О граничных свойствах гармонических функций представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01. вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертационная работа Логунова А.А. посвящена исследованию гармонических в областях из \mathbb{R}^n функций и обобщений (L -гармонических функций). Главными направлениями исследований являются: свойства частного 2-х гармонических функций с общим множеством нулей, обобщение теоремы Левинсона о повторном логарифме, тауберовы теоремы для положительных гармонических функций.

В диссертации подробно и хорошо изложена история вопроса. Не принадлежащие автору результаты, используемые в работе, достаточно хорошо снабжены ссылками. Автор свободно ориентируется в излагаемом материале.

Если u и v вещественно-аналитические функции в области $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ с общим множеством нулей, то, как известно, функция $f = u/v$, вообще говоря, не может быть непрерывно продолжена в Ω . А.А. Логунов доказал, что при дополнительном условии гармоничности функций u и v функция f будет вещественно-аналитична в Ω . Более того, в \mathbb{R}^3 диссертантом получены обобщения неравенства Мангуби и классического неравенства Гарнака.

Много внимания автор уделяет идейной стороне доказательств. Следует отметить, что текст диссертации хорошо продуман. Кроме строгих формальных доказательств утверждений часто формулировки результатов снабжены кратким изложением основных идей доказательства, что оказывается весьма полезным для понимания, особенно, если доказательство большое (например, лемма 5, стр. 27–31).

Другим важным достижением автора является достаточное условие нормальности семейства гармонических функций в цилиндрической области из \mathbb{R}^n . Оно обобщает известную теорему Левинсона о повторном логарифме, полученную в случае $n = 2$ для аналитических функций.

Несколько необычно то, что автор в тексте работы формулирует ряд открытых вопросов. Думаю, что диссертация, по ряду причин, не самое подходящее для этого место (малое число читателей и др.).

В терминах граничной меры А.А. Логуновым получен критерий степенного роста вдоль нормали в граничной точке для положительной гармонической функции. В качестве частного случая отсюда получаются известные результаты Рудина, Люмиса и др. Полученные свойства обобщаются диссертантом на L -гармонические функции.

Из приведенной выше информации вытекает актуальность данной работы. Диссертация А.А. Логунова посвящена теме, в которой работают многие известные и авторитетные математики. Работа Логунова А.А. вносит значительный вклад в развитие теории гармонических функций. Все результаты новые, доказательства полные, своевременно опубликованы в указанных в диссертации работах автора. Автореферат полно отражает содержание диссертации.

Приведу несколько замечаний, не играющих существенной роли в оценке работы.

1) (Слишком много функций.) В формулировке теоремы 2 гл. 1 можно было бы обойтись (не меняя сути) и 2-я функциями u и v , не упоминая о w ; при этом константа $C = C(K, Z(u))$.

2) Стр. 22, 3 св.: вместо r^α надо писать $r^{|\alpha|}$.

3) В работе автор допускает использование одного символа для обозначения объектов разной природы и разных символов для обозначения одного объекта. Так в гл.2 (стр. 53) начало координат в \mathbb{R}^n обозначено 0 , а в гл. 3 (теорема 20) — O , а в разделе 1.5 (теорема 6) O обозначает подобласть. а на стр. 75 O — граничная точка области.

Должен отметить, что в диссертации почти нет опечаток. Диссертация выполнена на высоком научном уровне. Моя оценка ее высокая.

Диссертация Александра Андреевича Логунова "О граничных свойствах гармонических функций" соответствует требованиям пунктов 9–14 положения "О порядке присуждения ученых степеней", утвержденного постановлением правительства РФ от 24 сентября 2013 года № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а сам автор заслуживает присуждения указанной ученой степени по специальности "вещественный, комплексный и функциональный анализ" (01.01.01).

Заведующий кафедрой
математического анализа,
доктор физико-математических наук,
профессор

Старков В.В.

В.В. Старков
28.04.2015

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Петрозаводский государственный университет"
185911 Петрозаводск, пр. Ленина, 33. www.petrso.ru
телефон (8-142) 711-001,
E-mail: VstarV@list.ru



Подпись руки	<i>В.В. Старков</i>
УДОСТОВЕРЯЮ.	
И. ч. секретарь ученого совета	<i>Буркина АИ</i>
« 28 » апреля 2015 г.	