

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию А.Ю. Непитова «Классифицирующие пространства алгебраических групп и их инварианты», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 математическая логика, алгебра и теория чисел

Построенная в работах Мореля и Воеводского мотивная теория гомотопий дает важные методы для исследования теорий когомологий, а также позволяет систематически применять в алгебраической геометрии такие активно используемые в топологии средства как спектры, гомотопические классы отображений, модельные структуры на категориях и др. В частности, работы Ф. Мореля, В. Воеводского и Б. Тотаро сделали возможным определение понятий классифицирующего пространства линейной алгебраической группы над произвольным полем.

Диссертация А. Ю. Непитова посвящена изучению данного объекта и решению ряда смежных задач, а именно, доказательству мотивного аналога теоремы Атьи Сегала о пополнении и исследованию связи между когомологическими инвариантами степени 3 полупростых расщепимых групп над полем и кручением в группах Чжоу скрученных многообразий флагов. Определение когомологических инвариантов было впервые дано Ж.-П. Серром. Они затем исследовались в работах М. Роста, С. Гарибальди, А. Меркурьева и других авторов. Когомологические инварианты алгебраических групп являются важным инструментом изучения торсоров и позволяют систематически строить и описывать все возможные инварианты скрученных форм. Таким образом, тематика диссертационной работы является актуальной.

Первая глава диссертации посвящена вычислению K -теории этального классифицирующего пространства расщепимой редуцированной группы G . Для исследования этого пространства используется эквивариантная K -теория и редукция к борелевской подгруппе — прием, основанный на том, что G -эквивариантная теория многообразия с G -действием является прямым слагаемым в B -эквивариантной теории.

Основным результатом главы является теорема, утверждающая что для всякой связной редуцированной расщепимой группы G над полем k имеется изоморфизм

$$K_n^G(\mathrm{Spec} k)_{IG}^\wedge \rightarrow K_n(B_{\acute{e}t}G)$$

между пополнением эквивариантной K -теории поля k в идеале аугментации, и K -теорией мотивного пространства $B_{\acute{e}t}G$, построенного в работах Воеводского и Мореля.

Во второй главе диссертации обсуждается смежная теория когомологических инвариантов полупростой расщепимой алгебраической группы над полем. Основным объектом для изучения избрана группа нормализованных когомологических инвариантов степени 3. Хорошо изученной подгруппой в ней является группа разложимых инвариантов. В диссертации вводится новое понятие полуразложимого инварианта и доказывается существование изоморфизма

$$\mathrm{Inv}^3(G, 2)_{\mathrm{norm}} / \mathrm{Inv}^3(G, 2)_{\mathrm{sdec}} \cong \mathrm{CH}^2(X^{\mathrm{gen}})_{\mathrm{tors}}$$

между фактором группы нормализованных когомологических инвариантов степени 3 по модулю подгруппы полуразложимых инвариантов и кручением в группе Чжоу коразмерности 2 в версальном многообразии флагов, определяемом как многообразие флагов, скрученное с помощью версального торсора. Данный результат ставит вопрос о том, как соотносятся между собой группы полуразложимых и разложимых инвариантов. Ответ на данный вопрос дан в разделах 2.4–2.5, а именно получено описание фактор-группы полуразложимых инвариантов по модулю подгруппы разложимых инвариантов в терминах абстрактного класса Черна и решетки характеров максимального расщепимого тора группы G . Это комбинаторное описание позволило доказать, что для простой группы G понятия полуразложимого и разложимого инварианта совпадают. В общем же случае эти понятия различны: в разделе 2.6 приведен пример полуразложимого инварианта группы SO_4 , который не является разложимым. Полученные результаты имеют ряд интересных приложений, которые обсуждаются в разделе 2.7.

Таким образом, в диссертации решены важные вопросы теории алгебраических групп. Автор продемонстрировал хорошее владение техникой алгебраической геометрии, теории когомологий и способность к вычислениям. Все результаты диссертации являются новыми и строго доказанными. Результаты диссертации опубликованы в двух реферируемых журналах из списка ВАК. Эти результаты докладывались на нескольких международных конференциях (в частности, на конференции в Бэнффе, Канада, в сентябре 2015 г., в которой я участвовал) и уже хорошо известны специалистам в области торсоров и скрученных форм алгебраических групп. Автореферат точно и полностью отражает содержание диссертации.

