

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Сарафанова Олега Васильевича
«Асимптотические и численные методы исследования квантовых волноводов и приложения к резонансному туннелированию»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.03 – Математическая физика

Математические модели, которые представляют интерес в математической физике, очень часто приводят к рассмотрению краевых задач для уравнений эллиптического типа в неограниченных областях. Для однозначного определения решения в неограниченных областях требуется постановка условий излучения. Достаточно давно было выяснено, что постановка таких условий зависит от граничной поверхности. Для регулярных областей, уходящих на бесконечность, ограниченных такими поверхностями, как плоскость, цилиндрическая поверхность, поверхность конуса, условия излучения были сформулированы в форме спектральных разложений. Особенно много работ посвящено формулировке условий излучения для эллиптических уравнений в цилиндрических областях.

В диссертационной работе О.В. Сарафанова рассмотрены задачи рассеяния волн в нерегулярных волноводных областях. Рассмотрена постановка задачи рассеяния волн в компактной области, имеющей конечное число волноводных каналов, уходящих на бесконечность. В диссертации содержится математическая постановка краевой задачи для уравнения Гельмгольца в неограниченной области с волноводными каналами, как решение операторного уравнения в пространстве обобщённых функций, удовлетворяющих «парциальным» условиям излучения. В работе установлена теорема существования и единственности обобщённой постановки задачи рассеяния и исследованы аналитические свойства матрицы рассеяния волн в волноводных областях. Следует отметить, что данная постановка задачи рассеяния подводит теоретическую базу под очень актуальную область задач о волноводных разветвлениях, имеющих особенно широкое применение в радиофизике. Вариационная постановка задач о распространении волн в нерегулярных волноводах имеет давнюю историю. Одними из первых работ были работы Г.В. Кисунько в Академии Связи в Ленинграде в 1946 году.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения.

Первая глава диссертации содержит формулировку условий излучения на спектре, когда определяются присоединённые волны в волноводе и разложение по нормальным волнам включает присоединённые волны. Во многих работах вопрос о формулировке условий излучения на спектре не рассматривается. В этой главе дана строгая математическая формулировка задачи и дано её полное математическое обоснование.

Во второй главе сформулирован метод вычисления матрицы рассеяния распространяющихся волн в нерегулярном волноводе. Задача вычисления элементов матрицы рассеяния сведена к поиску обобщённого решения операторного уравнения второго рода в пространстве \bar{H} , являющемся замыканием гладкого многообразия пространства $H^1(G^R)$. Особое внимание автор уделяет вычислению элементов матрицы рассеяния вблизи порогов.

Третья и четвёртая главы содержат описание применения общих методов расчёта матрицы рассеяния к решению задачи резонансного туннелирования в двумерных и трёхмерных квантовых волноводах. Постановка резонансного туннелирования состоит в следующем: имеется резонатор, который связан с волноводами через малые отверстия. Надо определить такие значения k^2 в уравнении Гельмгольца, при которых достигается максимальное значение коэффициента прохождения во второй волновод при падении основной волны из первого волновода на резонатор, связанный малыми отверстиями с волноводами. В диссертации для специального класса отверстий связи получены явные асимптотические формулы, определяющие как значения k^2 , так и величину модуля коэффициента прохождения.

В пятой главе проводится сравнение асимптотики и результатов вычислений.

Задачи о связях резонаторов через малые отверстия с внешним пространством имеют большие приложения в акустике и электродинамике. Теория резонатора Гельмгольца построена на асимптотическом решении задачи о связи объёмного резонатора с внешней средой. В квантовых приложениях актуальной оказалась задача о связи резонатора с волноводными каналами. Результаты, полученные в данной части работы, являются новыми и представляют несомненный интерес.

Резонансный характер решения задачи рассеяния на двух барьерах был предметом многочисленных работ А.А.Арсеньева, например:

А.А. Арсеньев. "Резонансное рассеяние в квантовых волноводах", *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, **42**:3 (2002), 417–424.

А.А. Арсеньев "Резонансное рассеяние в волноводе с заполнением", *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, **42**:12 (2002), 1804–1809.

А. А. Арсеньев "Резонансное рассеяние в квантовых волнодах", *Матем. сб.*, **194**:1 (2003), 3–22.

Для задачи о рассеянии на двух тонких барьерах А.Л. Делицыну удалось дать доказательство её резонансного характера в работе:

А. Л. Делицын "Замечание о резонансном рассеянии в волноводе на двух барьерах", *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, **52**:7 (2012), 1289–1293.

В качестве пожелания хотелось бы иметь сравнение результатов автора диссертации с опубликованными результатами.

Основные замечания по диссертации состоят в следующем:

1. Для расчёта матрицы рассеяния требуется решить задачу (2.5) в области G^R . Эту задачу в большинстве случаев можно решить лишь численно. Задача (2.5) не является положительно определённой, и её решение вариационным методом требует обоснования.
2. Метод вычисления матрицы рассеяния для функционала (2.2) требует оценки R_0 , начиная с которого можно ограничиться только распространяющимися волнами в (2.1).
3. Автор ограничился ссылками на работы учёных из Санкт-Петербурга. Однако принципами излучения для эллиптических уравнений в цилиндрических областях занимались многие учёные. Обзор таких работ содержится в монографии Б.А. Искандерова «Принцип излучения для эллиптических уравнений в цилиндрических областях» Изд-во «Элм», Баку 2004.
4. В диссертации формулируется понятие матрицы рассеяния на частотах отсечки. Хорошо известно, что на частотах отсечки поле в цилиндре для волнового уравнения резонансно нарастает, причём как корень от времени, а не линейно, что имело бы место в резонаторе. Это приводит к тому, что принцип предельного поглощения не позволяет выделить единственное решение уравнения Гельмгольца. Математический анализ этого явления был дан в работе А.Г. Рамма и П. Вернера: Ramm A., Werner P., “On the limit amplitude principle for a layer”, J. Reine angew. Math., 360 (1985), 19–46. В диссертации нет обсуждения смысла условий излучения на частотах отсечки в данной постановке.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Работа, в целом, представляет собой законченное исследование нового важного класса задач математической физики. Автор использует метод сращиваемых асимптотических разложений, что позволяет в явном виде представить как асимптотики поля, так и коэффициенты прохождения и отражения. Работа написана на высоком научном уровне, содержит нетривиальные результаты. Работу можно характеризовать как решение важной научной проблемы математической физики.

Основные результаты и выводы, приведенные в диссертации достаточно полно изложены в научных публикациях, включая статьи в рецензируемых журналах из списка ВАК РФ. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

В силу всего вышесказанного, диссертация Сарафанова Олега Васильевича «Асимптотические и численные методы исследования квантовых волноводов и приложения к резонансному туннелированию» полностью соответствует предъ-

явленным к докторским диссертациям требованиям «Положения о присуждении учёных степеней» ВАК РФ по специальности 01.01.03 – математическая физика, а её автор, безусловно, заслуживает присуждения степени доктора физ.-мат. наук по специальности 01.01.03.

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Математическая физика», заведующий лабораторией вычислительной электродинамики факультета вычислительной математики и кибернетики ФГБОУ ВО Московского Государственного Университета имени М. В. Ломоносова.

А. С. Ильинский

Личную подпись Ильинского Анатолия Серафимовича заверяю:
декан факультета ВМК МГУ им. М. В. Ломоносова
академик РАН, профессор
«27» июня 2018 г.



Е. И. Моисеев

Адрес организации: 119991 ГСП-1 Москва,
Ленинские горы, ФГБОУ ВО МГУ им. М. В. Ломоносова
2-й учебный корпус, факультет ВМК

Телефон: +7 (495) 939-30-10
e-mail: celd@cs.msu.su