

«УТВЕРЖДАЮ»  
Руководитель ХО ИПМ ДВО РАН,  
член-корр. РАН

  
Быковский Виктор Алексеевич  
«31» января 2022 г.



## ОТЗЫВ

ведущей организации (Хабаровское отделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института прикладной математики Дальневосточного отделения Российской академии наук) о диссертации Басалова Юрия Александровича «Оценки константы наилучших совместных диофантовых приближений», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Диссертация Ю. А. Басалова относится как к теории диофантовых приближений, так и к геометрии чисел. Основная задача диссертации возникает в теории диофантовых приближений, как следствие работ П. Г. Л. Дирихле, А. Гурвица и других. Из работ Дирихле следует, что для любого вектора  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  существует бесконечно много наборов целых чисел  $(p_1, \dots, p_n, q)$ , удовлетворяющих неравенству

$$\max_{i=1, n} q |q\alpha_i - p_i|^n \leq 1.$$

Вопрос об усилении этого неравенства и замене 1 на некоторое меньшее число  $C$  рассматривался в работах А. Гурвица, О. Перрона, Ф. Фуртвенглера и других.

Константой наилучших диофантовых приближений  $C_n$  называется точная нижняя грань чисел  $C$ , таких что

$$\max_{i=1, n} q |q\alpha_i - p_i|^n < C$$

для любого вектор  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ , а указанное выше неравенство имеет бесконечно целых решений  $(p_1, \dots, p_n, q)$ . Для  $n=1$  значение данной константы

было найдено еще А. Гурвицем. Вопросами нахождения константы  $C_n$  для  $n > 1$  занимались Ф. Фуртвенглер, Дж. В. С. Касселс, Г. Дэвенпорт, В. Адамс, Т. Кьюзик, Г. Ф. Бlichфельдт. Однако на данный момент вопрос о значении константы  $C_n$  для  $n > 1$  остается открытым.

Связь этой проблемы с геометрией чисел была получена Г. Дэвенпортом. Он связал значение  $C_n$  со значением критического определителя звездного тела специального вида. Для оценки значения этого критического определителя снизу Дж. В. С. Касселс использовал величину  $V_{n,s}$ , представляющую собой объем наибольшего параллелепипеда с центром в начале координат, содержащегося внутри похожего звездного тела. Этим методом были получены оценки  $C_n$  для  $n = 2, 3, 4$ . В данной работе автором был предложен новый подход к вычислению  $V_{n,s}$ , позволивший получить оценки  $C_n$  для  $n = 5, 6$ .

Диссертационная работа состоит из введения, пяти основных глав и заключения.

Во введении дана историческая справка о рассматриваемом в диссертации вопросе, описаны методы исследования, дана информация об апробации работы, сформулированы основные результаты и положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена истории вопроса оценки константы наилучших совместных диофантовых приближений.

Во второй главе излагается подход к оценке  $V_{n,[n/2]}$ , сводящийся к решению многомерной оптимизационной задачи. В этой же главе приводятся результаты численных экспериментов по нахождению наибольших значений  $V_{n,[n/2]}$  для разных размерностей.

В третьей главе даны аналитические решения ряда вспомогательных задач многомерной оптимизации.

В четвертой главе даны доказательства оценок для величины  $V_{n,[n/2]}$  при  $3 \leq n \leq 6$ . Для  $n$  равного 5 и 6 эти оценки улучшают результаты С. Красса. Также сформулирована обобщенная оценка для  $V_{n,[n/2]}$  для произвольного  $n$ .

В пятой главе даются оценки для  $C_n$ , основанные на оценках  $V_{n,[n/2]}$ , полученных в предыдущей главе. Также приводятся соответствующие решетки совместных диофантовых приближений и некоторые их свойства.

Диссертация Басалова Ю. А. написано и оформлена достаточно хорошо. Все научные результаты снабжены подробными доказательствами. Работа носит теоретический характер. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа не лишена недостатков. Например, во введении в (2) вместо строгого неравенства должно быть нестрогое. Также



во введении при упоминании оценки Скубенко вместо «произвольного целого  $q$ » следует писать «для бесконечной последовательности целых  $q$ ». Можно привести еще некоторые замечания такого рода. Отмеченные недостатки не носят принципиального характера и не влияют на корректность полученных результатов.

Все основные результаты опубликованы в пяти статьях в журналах, входящих в список ВАК. Результаты диссертации докладывались на XV, XVI, XVIII и XIX Международных конференциях «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы и приложения», семинаре по теории чисел на механико-математическом факультете МГУ и алгебраическом семинаре ПОМИ РАН. Результаты диссертации вносят существенный вклад в развитие теории диофантовых приближений. Полученные результаты могут быть интересны для математических факультетов МГУ, СПбГУ, МПГУ, ТГПУ, а также математических институтов РАН.

Автореферат полностью отражает содержание диссертационной работы.

Диссертация удовлетворяет требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения учёных степеней», утверждённого постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. N 842, а её автор, Басалов Юрий Александрович, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отзыв о диссертации и автореферат обсуждены на заседании научно-исследовательской группы теоретической и прикладной математики ХО ИПМ ДВО РАН «31» января 2022 г., протокол № 1.

д. ф.-м.н.  Илларионов Андрей Анатольевич

Наименование организации: Хабаровское отделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института прикладной математики Дальневосточного отделения Российской академии наук

Должность: главный научный сотрудник, руководитель научно-исследовательской группы теоретической и прикладной математики

Адрес организации: 680000, г. Хабаровск, ул. Дзержинского, 34.

Адрес официального сайта: [www.iam.khv.ru](http://www.iam.khv.ru)

Адрес электронной почты: [admin\\_khv@iam.dvo.ru](mailto:admin_khv@iam.dvo.ru)

Телефон: 8 4212 32 46 76



**Сведения о ведущей организации**  
 по диссертации Басалова Юрия Александровича  
 «Оценки константы наилучших совместных диофантовых приближений»  
 по специальности 01.01.06 математическая логика, алгебра и теория чисел,  
 представленной на соискание ученой степени кандидата  
 физико-математических наук

Полное наименование	Хабаровское отделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института прикладной математики Дальневосточного отделения Российской академии наук
Сокращенное наименование	ХО ИПМ ДВО РАН
Ведомственная принадлежность	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Наименование структурного подразделения	научно-исследовательская группа теоретической и прикладной математики
Место нахождения	г. Хабаровск, ул. Дзержинского, 34
Почтовый адрес	680000, г. Хабаровск, а/я 66
Телефон (при наличии)	8 (4212) 32-46-76
Адрес электронной почты (при наличии)	admin_khv@iam.dvo.ru
Адрес официального сайта в сети "Интернет" (при наличии)	www.iam.khv.ru
Список основных публикаций работников ведущей организации по теме диссертации в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет (не более 15 публикаций):	
1. М. А. Королёв, А. В. Устинов, Распределение рациональных точек на окружности единичного радиуса // Изв. РАН. Сер. матем., 2019, т. 83, вып. 5, с. 107–148.	
2. А. А. Илларионов, Н. В. Маркова, Решение функциональных уравнений, связанных с эллиптическими функциями. III // Дальневост. матем. журн., 2019, том. 19, номер 2, с. 197–205.	
3. А. А. Илларионов, Статистические свойства трехмерных полиэдров Клейна // Матем. сб., 2020, том 211, номер 5, с. 78–97.	
4. А. А. Илларионов, Вероятностная оценка для отклонений сеток Коробова // Матем. сб., 2021, том 212, номер 11, с. 73–88.	
5. В. А. Быковский, Экстремальные кубатурные формулы для анизотропных классов // Дальневост. матем. журн., 2019, том 19, номер 1, с. 10–19.	
6. А. А. Илларионов, «Распределение гиперграней многомерных полиэдров Клейна», Матем. сб., 2018, том 209, номер 1, с. 58–73.	

«Верно»

Руководитель ХО ИПМ ДВО РАН  
 д.ф.-м.н., член-корреспондент РАН

«31» января 2022г.  
 МП



В. А. Быковский