

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
(МИАН)

119991, Москва, ул. Губкина, д. 8

Тел.: (495) 984-81-41. Факс: (495) 984-81-39. Для телеграмм: Москва, 119333, математика

E-mail: steklov@mi.ras.ru http://www.mi.ras.ru

ОКПО 02699547 ОГРН 1027739665436 ИНН/КПП 7736029594/773601001

14.11.2014 № 11102-_____

На № _____ от _____

“Утверждаю”

Заместитель директора Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Математического института им. В.А. Стеклова

Российской академии наук

член-корреспондент РАН

Трещев Д.В.



ОТЗЫВ

ведущей организации — Математического института им. В.А. Стеклова на диссертацию А.Э. Дружинина, “Теоремы о гомотопической инвариантности и этальном вырезании для предпучков с *Witt*-трансферами”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

Работа Андрея Дружинина посвящена построению скрученного варианта триангулированной категории мотивов Воеводского, в которой в качестве стручивающей структуры используется кольцо Витта квадратичных форм. Ожидается, что над \mathbb{Q} эта категория является антиинвариантной частью мотивной стабильной гомотопической категории Воеводского (а

инвариантной ее частью по теореме Мореля является сама триангулированная категория Воеводского). В целом это очень сложный и амбициозный проект, который, будучи выполнен в полном объеме, легко бы мог быть зачтен в качестве докторской диссертации. В данной работе уже проделана значительная работа по построению необходимой категории и проверена часть ожидаемых ее свойств.

Построение категории осуществляется по образцу конструкции Воеводского. В качестве первого этапа рассматривается скрученный вариант категории соответствий. Объекты этой категории — гладкие аффинные многообразия, а в качестве морфизмов из X в Y вместо собственно соответствий (то есть морфизмов $Z \rightarrow X \times Y$ конечных и плоских над X) рассматривается группа Витта категории когерентных пучков на $X \times Y$ (локально свободных конечного ранга над X) снабженных квадратичной формой над X . Контравариантные функторы из этой категории в категорию абелевых групп (аддитивные относительно дизъюнктного объединения) называются предпучками с трансферами Витта. Также для них вводится понятие гомотопической инвариантности (по аналогии с конструкцией Воеводского).

К основным результатам диссертации относятся:

- (1) построение последовательностей вырезания для гомотопически инвариантных предпучков с трансферами Витта;
- (2) доказательство гомотопической инвариантности пучков ассоциированных с гомотопически инвариантными предпучками с трансферами Витта;
- (3) построение трансферов Витта на пучке Нисевича ассоциированном с данным предпучком с трансферами Витта и доказательство согласованности этих структур и их единственности.

Из указанных результатов вытекает абелевость категории пучков Нисневича с трансферами Витта, что позволяет определить ее производную категорию. Ожидается над \mathbb{Q} , что подкатегория этой категории, состоящая из комплексов с гомотопически инвариантными когомологиями и является антиинвариантной частью мотивной стабильной гомотопической категории.

Диссертация состоит из введения и четырех глав. Во введении рассказывается о направлении исследований диссертации, обсуждаются основные вопросы, изучению которых посвящена диссертация, и формулируются результаты, полученные в диссертации. В первой главе вводятся основные понятия, обсуждаемые в диссертации, определяется категория соответствий Витта и предпучки с трансферами Витта как контравариантные функторы на этой категории. Также определяется понятие гомотопической инвариантности для пучков с трансферами Витта. Во второй главе строится последовательность вырезания для аффинной прямой и доказывается, что переход от предпучка с трансферами Витта к ассоциированному пучку в топологии Зариского сохраняет гомотопическую инвариантность. В третьей главе строится последовательность вырезания для этальных накрытий и доказывается, что переход от предпучка с трансферами Витта к ассоциированному пучку в топологии Нисневича сохраняет гомотопическую инвариантность. Наконец, в четвертой главе доказывается, что для предпучка с трансферами Витта ассоциированный пучок Нисневича тоже обладает трансферами Витта, причем такая структура согласована с исходной и единственна. В заключительном параграфе сформулированы результаты, являющиеся естественным продолжением работы выполненной в диссертации и необходимые для описания антиинвариантной части мотивной стабильной гомотопической категории через построенную в диссертации категорию пучков^в Нисневича с трансферами Витта.

Таким образом в диссертации решены актуальные и трудные задачи теории мотивных когомологий. Автор ввел понятия предпучка и пучка с трансферами Витта, доказал, что категория пучков Нисневича с трансферами Витта является абелевой и поэтому является объектом содержательной гомологической алгебры. Кроме того, автор продемонстрировал свободное владение техникой алгебраической геометрии, показал хорошую математическую культуру и нестандартность мышления.

В тексте диссертации имеются недостатки:

- (i) нигде не сказано, что характеристика основного поля не равна двум и нигде не сказано, что основное поле бесконечно;
- (ii) в определении 8 требуется симметричность изоморфизма ϕ , однако в дальнейшем это свойство проверяется редко;
- (iii) при распространении предпучка с трансферами Витта на пары надо факторизовать $\mathcal{F}(X_2)$ по образу $\mathcal{F}(X_1)$;
- (iv) отсутствует ссылка на статью Воеводского о гомотопически инвариантных предпучках с трансферами;
- (v) автор явно злоупотребляет использованием курсивного шрифта;
- (vi) имеется некоторое количество опечаток — например в Определении 2 на странице 9 в коммутативной диаграмме вместо A должно быть P , а на горизонтальных стрелках вместо ϖ должно быть q_P .

В целом текст написан четко. Имеющиеся опечатки никак не влияют на общее очень положительное впечатление от диссертации.

Все основные результаты работы являются новыми, получены автором самостоятельно, строго доказаны и опубликованы в двух статьях в реферируемых математических журналах из списка ВАК. Автореферат точно

и полностью отражает содержание диссертации. Все основные результаты работы доложены на ведущих алгебраических семинарах и семинаре им. В.А. Рохлина и известны экспертам по мотивным когомологиям.

Основные результаты настоящей работы рекомендуется положить в основу спецкурсов на математических факультетах СПГУ, МГУ, НГУ и других университетах страны.

Таким образом настоящая диссертация удовлетворяет всем требованиям ВАК и ее автор А.Э.Дружинин безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании отдела алгебраической геометрии МИАН 21 октября 2014 года.

Ведущий научный сотрудник
отдела алгебраической геометрии МИАН
доктор физ.-мат. наук
Кузнецов Александр Геннадьевич

