



ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ



МЯСНИЦКАЯ УЛ., Д.20, МОСКВА, РОССИЯ, 101000, ТЕЛ: 8 (495) 771-32-32, ФАКС: 8 (495) 628-79-31, E-MAIL: HSE@HSE.RU, WWW.HSE.RU

УТВЕРЖДАЮ

Проректор НИУ ВШЭ
по научной работе

к.э.н. М. М. Юдкевич
07 декабря 2015 года



ОТЗЫВ

**официального оппонента Фейгина Бориса Львовича
на диссертационную работу Цилевич Наталии Владимировны
«Асимптотическая теория унитарных представлений симметрических
групп и ее приложения», представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01
— вещественный, комплексный и функциональный анализ**

Актуальность темы диссертации. Тема диссертации — представления бесконечных симметрических групп и некоторые связанные сюжеты из теории меры и теории интегрируемых систем. Представления симметрических групп изучаются уже более ста лет, получено очень много результатов. Однако предмет совсем не исчерпан. Причина этого в том, что представления симметрических групп — естественная часть очень многих математических дисциплин, не говоря уж о том, что они используются в физике, а также во многих других точных науках. А потому постоянно возникают новые задачи, новые подходы, новые точки зрения. Теория представлений групп исходно была чисто алгебраической, затем естественным образом возникли унитарные представления, после этого теория представлений стала важной частью функционального анализа. Значительно позже стало ясно, что разные области математики и математической физики нуждаются в теории представлений бесконечномерных групп. Такая теория стала развиваться, и сейчас ей занимаются очень много людей. Методы во многом новые и интересные, и они оказывают влияние на классические части теории представлений, в частности, на теорию представлений обычных симметрических групп. Исследования Наталии Цилевич представляются весьма актуальными, поскольку весьма вероятно, что

методы работы можно будет применить в активно развивающихся сейчас областях, например, в конформной теории поля.

Краткое содержание работы. Диссертация состоит из трех глав. В первой получены основные результаты о представлениях бесконечной симметрической группы. Способ построения состоит в том, что представления бесконечной симметрической группы получаются как пределы представлений конечных симметрических групп. Такой способ действий применяется, конечно, достаточно давно, однако возможности метода далеко не исчерпаны. В работе строятся новые представления и подробно исследуются некоторые из них. Очень интересный пример — так называемое серпантинное представление. Способ его построения весьма напоминает конструкции представлений алгебры Вирасоро уровня один исходя из представлений алгебры токов. Более точно: интегрируемые представления аффинных алгебр можно реализовать как бесконечное тензорное произведение векторных пространств. В простейшем случае эти векторные пространства двумерные. К бесконечному тензорному произведению можно применить некую версию двойственности Шура-Вейля. Иначе говоря, на бесконечном тензорном произведении действует дуальная пара алгебр. Одна алгебра — групповая алгебра линейной группы, а вот другая — тут есть, как минимум, две возможности. В одном случае получается алгебра Вирасоро, а в другом случае — бесконечная симметрическая группа. Сказанное отнюдь не исчерпывает содержание первой главы. В ней имеется много других интересных утверждений. Во второй главе изучаются обобщенные процессы Леви. Это интересно само по себе. Автор получает ряд новых результатов и передоказывает старые новыми методами. И все это связывается с представлениями алгебр токов в духе Вершика-Гельфанда-Граева. Третья глава посвящена связям асимптотической теории представлений и теории двумерных интегрируемых систем. В теории интегрируемых систем пространство состояний конечномерно, и оно может быть тензорным произведением двумерных пространств. В этом произведении действует гамильтониан, который при удаче можно диагонализировать. Затем нужно попытаться от конечного тензорного произведения перейти к бесконечному, найти предел гамильтониана, изучить предел основного состояния, спектра, и т. д. Видно, что то, что происходит, очень близко к асимптотической теории представлений. И автору удалось применить некоторые новые идеи. Это все представляется весьма многообещающим.

Научная новизна. Диссертация — содержательное научное исследование. Ставятся новые вопросы, которые раньше не изучались. Часть тем, затронутых в диссертации, раньше представлялись слишком сложными, а другие просто никому не приходили в голову. Возникла новая область теории представлений. Ее создатели — А.М. Вершик, Г.И. Олшанский, Н.В. Цилевич и многие другие.

Все выносимые на защиту результаты принадлежат автору и являются новыми.

Обоснованность результатов. Все результаты в диссертации приведены с полными доказательствами. Текст длинный, очень подробный, однако вполне читабельный. Диссертацию вполне можно переработать в монографию, и это будет хорошая книга.

Замечания по работе. Основная претензия к диссертации — это то, что в ней не рассмотрено очень много естественных вопросов, в которых можно продвинуться или тем же самым способом, или близким. Например, очень хочется найти реализации унитарных представлений алгебры Вирасоро из минимальных моделей. Это очень важный вопрос, им многие занимаются, но задача трудная, и все продвижения до сих пор только очень частичные. Несколько более реалистично выглядит задача о построении представлений из логарифмических теорий. Все это показывает, что диссертация — это часть очень живой и быстро развивающейся области. Очевидным образом, много новых результатов будет найдено в весьма близком будущем, и вклад Н. Цилевич окажется при этом очень существенным. Так что данное замечание не умаляет ценности настоящей работы.

Отзыв на диссертацию несомненно положительный. Работа выполнена на высоком математическом уровне и написана ясным языком. Все утверждения строго сформулированы и доказаны. Выносимые на защиту положения своевременно опубликованы в научной печати и прошли всестороннюю апробацию. Текст автореферата правильно отражает содержание диссертации.

Таким образом, диссертационная работа Наталии Владимировны Цилевич «Асимптотическая теория унитарных представлений симметрических групп и ее приложения» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение. Диссертация соответствует требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК. Автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент
д.ф.-м.н., профессор
факультета математики ВШЭ

Почтовый адрес: 117312, г.Москва, ул.Вавилова, д.7а
Телефон: 8 (495) 772-95-90 доб.44148
E-mail: borfeigin@gmail.com


Б.Л.Фейгин
Подпись заверяю
ЗАМЕСТИТЕЛЬ НАЧАЛЬНИКА
УПРАВЛЕНИЯ ПЕРСОНАЛА
М.В. ДЫБЦЫНА
