ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации А. Л. Глазмана

“Обобщённые ромашки в k-связном графе,”

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.09 —

дискретная математика и математическая кибернетика.

Теория графов является важным, интересным и динамично развивающимся разделом дискретной математики. Одним из классических направлений исследований в теории графов являются исследования по вершинной связности графов. Понятие k-связного графа является естественным обобщением понятия связного графа. Это подчеркивает и классическая теорема Менгера, с которой в 1927 году фактически начались исследования по связности. Их продолжили Уитни, Татт, Форд и Фалкерсон, Дирак, Халин, Мадер и другие. В 60-80 года XX века был всплеск интереса к связности графов. Сейчас продолжают появляться новые работы по этой тематике, пусть и не в таком количестве, как раньше. Тем не менее, тема диссертации Александра Глазмана, несомненно, является актуальной — именно исследования по связности графов способны приоткрыть нам новые инварианты графов, которые будут полезны и в других областях математики.

Остановимся подробнее на классических задачах, наиболее близких по тематике к диссертации Глазмана: на вопросах о структуре разбиения графа его разделяющими множествами наименьшего размера. Классические понятия блоков и точек сочленения связного графа хорошо известны и весьма полезны, с их помощью доказано немало утверждений, причем не только о связности графов. Помогает работать с блоками структура *дерева блоков и точек сочленения*, описанная, например, в классической книге Харари “Теория графов”. Именно структура дерева позволяет успешно применять блоки в доказательствах.

Поэтому неоднократно возникали вопросы об аналогичной структуре для графов большей связности. Но даже структура разбиения двусвязного графа его двухвершинными разделяющими множествами, построеннная Таттом в 1966 году, намного сложнее. Главная причина в том, что уже двухвершинные разделяющие множества могут быть *зависимы*, то есть, разбивать друг друга на части. Поэтому невозможно построить древовидную структуру, проводя последовательно разрезы графа по разделяющим множествам: разрезая граф по некоторому множеству, мы теряем информацию обо всех зависимых с ним множествах, а структура, зависящая от порядка разбиения бесполезна. К сожалению, дерево блоков двусвязного графа, построенное Таттом, практически не нашло применения. Однако, многие работы, вышедшие позже, могли бы быть значительно упрощены с помощью результатов Татта. Из недавних результатов следует, что дерево блоков двусвязного графа может быть применено для оценки хроматического числа графа, для решения вопроса о планарности графа. Так, классическая теорема Маклейна о том, что двусвязный граф планарен, если и только если планарен каждый его атом, легко может быть переформулирована в терминах блоков. Фактически, атомы являются подразбиениями блоков, построенных Таттом. Выскажу предположение, что конструкция Татта еще найдет свое применение.

С повышением вершинной связности сложность структуры возрастает многократно. Только в 2011 году Карпов и Пастор завершили работу по построению аналогичной структуры разбиения трёхсвязного графа его трёхвершинными разделяющими множествами.