

**Отзыв официального оппонента  
на диссертацию Хартова Алексея Андреевича  
СЛОЖНОСТЬ АППРОКСИМАЦИИ ГАУССОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ  
БОЛЬШОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ РАЗМЕРНОСТИ,**

**представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.05. – теория вероятностей и математическая статистика.**

Диссертация А.А.Хартова посвящена исследованию аппроксимационных свойств гауссовских случайных полей. Изучаются аппроксимации случайных полей с помощью конечноранговых сумм. Сложностью аппроксимации называется наименьшее количество слагаемых, необходимое для достижения заданной точности. При этом случайное поле зависит от дополнительного параметра  $d \rightarrow \infty$ , который можно интерпретировать как параметрическую размерность. Интерес представляет именно характер зависимости сложности аппроксимации от этого параметра при произвольном фиксированном значении ошибки. Диссертант рассматривает два основных подхода к определению сложности – сложность в среднем и сложность по вероятности.

Актуальность этой темы связана с возникновением многопараметрических задач в приложениях математики – в частности, в биологии и экономике, – и с использованием компьютерного моделирования в этих и других областях. Кроме того, изучаемые задачи имеют самостоятельное теоретическое значение.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и обзора литературы, включающего 101 источник. Во введении содержится формулировка основных понятий и краткое изложение результатов 1 – 5 глав.

Первая глава носит обзорный характер. Следуя монографиям Вожняковского и соавторов, диссертант вначале формулирует задачу аппроксимации в самом общем виде – для операторов со значениями в гильбертовом пространстве. Затем диссертант переходит к стохастической постановке задачи, которой и будет руководствоваться в дальнейшем. В этой постановке роль оптимального конечнорангового приближения играет сумма первых членов классического разложения Кархунена – Лозва. Диссертант также вводит понятия трактобельности в среднем и по вероятности, которые не исследуются в диссертации, но также характеризуют качество аппроксимации и служат в некотором смысле дополнительными к понятию сложности. Формулируется основная задача: изучение зависимости сложности от спектра

корреляционного оператора. Среди линейных задач выделяются тензорные, для которых спектр имеет мультипликативную структуру. Приводятся примеры полей тензорного типа, сложность аппроксимации которых будет изучена далее: броуновский лист, многопараметрический броуновский мост, тензорная степень дробного броуновского движения, многопараметрический интегрированный процесс Эйлера.

Во второй главе изучаются общие линейные задачи при отсутствии каких-либо предположений о структуре спектра. Вводится понятие порога аппроксимации, устанавливается его связь со сложностью аппроксимации в среднем. Выводятся условия, при которых логарифмическая асимптотика сложности аппроксимации в среднем имеет вид  $A_d + q(\varepsilon)B_d + o(B_d)$ , где  $d$  – параметрическая размерность, а  $\varepsilon$  – фиксированный порог ошибки. Устанавливаются также условия, при которых сложность аппроксимации в среднем эквивалентна сложности по вероятности.

В этой же главе описывается ключевой для данной работы метод исследования спектра. На основе набора собственных чисел строится семейство вероятностных распределений, после чего задача изучения сложности переформулируется в терминах изучения характера сходимости этого семейства к некоторому вероятностному распределению.

Третья глава посвящена сложности аппроксимации в среднем для линейных тензорных задач. Значительную часть этой главы составляет обзор классических результатов, связанных с устойчивыми и саморазложимыми распределениями, которые могут быть предельными для сумм в некоторой схеме серий. Далее задачи о логарифмической и точной асимптотике сложности в среднем переформулируются как задачи о характере сходимости сумм к одному из таких распределений – в частности, нормальному. Здесь отдельно изучаются решетчатый и нерешетчатый случаи, поскольку характер сходимости в них различен. Приведены асимптотики для однородных и неоднородных тензорных полей.

В четвертой главе изучается сложность аппроксимации по вероятности для тензорных линейных задач. В отличие от предыдущей главы, в данной главе гауссовость изучаемых полей существенно используется при выводе точных и логарифмических асимптотик сложности, которые при некоторых предположениях о параметрах (пороге ошибки и уровне значимости) эквивалентны соответствующим асимптотикам сложности в среднем.

В последней главе полученные теоремы применяются к конкретным тензорным случайным полям. При этом в однородном случае знание точных значений собственных чисел не обязательно, достаточно лишь предположений об их асимптотике. Для неоднородного случая ситуация может быть иной. В частности, оказывается, что сложность аппроксимации многопараметрического интегрированного эйлеровского процесса при некоторых предположениях о спектре корреляционного оператора зависит лишь от первых двух собственных чисел.

Диссертант проявил себя самостоятельным и зрелым исследователем, он демонстрирует широкую эрудицию, хорошо ориентируется в теории случайных процессов и связанных с ней аналитических методах. Внушительный список литературы свидетельствует о серьезном изучении проблематики. Тема диссертации актуальна, все вынесенные на защиту положения являются новыми и полностью доказанными.

К немногочисленным недостаткам работы можно отнести несколько запутанную иерархию утверждений: кроме лемм и теорем, присутствуют также «утверждения» с отдельной нумерацией, что несколько затрудняет ориентацию. Впрочем, это не портит общее хорошее впечатление от работы.

Диссертантом опубликованы 3 работы в журналах, входящих в список изданий, рекомендованных ВАК, а также тезисы докладов на трех конференциях; кроме того, результаты докладывались на семинарах.

Автореферат адекватно отражает содержание диссертации.

По моему мнению, диссертация полностью удовлетворяет требованиям ВАК, а диссертант заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Кандидат физико-математических наук

Чирина А.В.

05.06.2014



ПОДПИСЬ РУКИ  
ИЗДАТЕЛЬ:  
Н. О. К. Н. САРАЕВ  
2014

05 06