

Отзыв

официального оппонента

на диссертационную работу Салимова Рустема Фаридовича

«Оптимальные процедуры различения двусторонних гипотез и двустороннего доверительного оценивания в d-апостериорном подходе»,

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Диссертационная работа Салимова Р.Ф. посвящена разработке статистических процедур, связанных со следующими задачами:

- Определение минимального объема наблюдений для различения интервальных гипотез
- Исследование асимптотических свойств наиболее точных двусторонних доверительных интервалов для случая нормально-нормальной модели
- Оценивание параметра с ограничениями на d-риск.

Эти задачи решаются с точки зрения так называемого d-апостериорного подхода. Опишем решаемые в работе задачи более подробно.

В **Главе 1** рассматривается задача о различении двух гипотез о попадании параметра θ распределения с функцией плотности $f(x, \theta)$, $x \in \mathbb{R}_1$, в одну из двух областей на действительной оси, одна из которых является конечным интервалом, а другая внешностью этого интервала. Предполагается, что параметр θ в каждой выборке объема n неизменен и является реализацией случайной величины ϑ с некоторой функцией плотности $g(\theta)$. Используется следующая терминология:

- d-риск (design risk) это математическое ожидание потерь при принятии того или иного решения
- d-гарантийная процедура это процедура, при которой d-риски при принятии тех или иных решений не превосходят заданных ограничений.

В работе применяется так называемый d-апостериорный подход. Рассматривается семейство критериев, использующих выборки из n наблюдений. Каждый из критериев определяет попадает или нет параметр θ в интервал (θ_1, θ_2) . Определяются ошибки первого и второго рода как условные вероятности попадания или нет параметра θ в этот интервал, при условиях, что вынесено то или иное решение. На эти ошибки накладываются условия такие, что они должны быть, соответственно, меньше заданных констант β_0 и β_1 . Ищутся решающие процедуры, при которых при заданных ограничениях достигается минимальный объем выборки. В Теореме 1.2 выводится формула для такого объема выборки при условиях, что β_0 и β_1 стремятся к нулю, а отношение β_1/β_0 стремится к положительной константе. Выводятся также необходимые для этого условия регулярности.

Далее в первой главе исследуется точность полученной асимптотической формулы для трех случаев:

- Функции плотности f и g обе являются нормальными (θ -параметр сдвига)
- Функции плотности f и g обе являются показательными (θ -параметр интенсивности)
- Функции плотности f и g обе являются плотностями распределения Коши (θ -параметр сдвига).

В **Главе 2** решается задача доверительного оценивания в d-апостериорном подходе. Для такой постановки задачи вместо обычной пары статистик, обозначающих границы интервала, предлагается семейство интервалов. Это семейство объявляется доверительным, если условная вероятность того, что случайный параметр принадлежит какому-либо интервалу при условии, что интервал входит в это семейство, больше заданного доверительного уровня. В общем случае доверительное семейство может не обладать свойством вложенности, т.е. если какой-либо интервал попадает в семейство, то не обязательно более широкий интервал также будет входить в него. В главе рассмотрена частная вероятностная модель с нормальным распределением наблюдений и нормальным распределением среднего значения этих наблюдений. Для этой модели показано, что свойство вложенности будет справедливо для интервалов с общим центром. Рассматривается задача построения асимптотически наиболее точных семейств интервалов.

Главе 3 решается задача построения оценок с функцией потерь типа 1-

0, причем потери полагаются равными нулю, если абсолютная (или относительная) ошибка не превосходит наперед заданной константы. Сравняется байесовская оценка и оценка с равномерно минимальным d -риском. Способ построения оценки с равномерно минимальным d -риском опирается на соотношение между функцией d -риска какой-либо оценки $\hat{\theta} = \hat{\theta}(x)$ и апостериорного риска:

$$P(|\theta - d| \leq \Delta | \hat{\theta} = d) \leq \sup_x P(|\theta - d| \leq \Delta | x).$$

В диссертации Салимова Р.Ф. этот способ реализуется для нормальной модели распределения наблюдений и показательной модели распределения среднего значения. В частности, решается задача оценивания величины примеси в пищевом продукте, когда с одной стороны эта величина неотрицательна, с другой – она мала. Показано, что минимальный объем выборки, обеспечивающий свойство гарантийности, одинаков для обеих оценок.

Актуальность решаемых в диссертации задач объясняется, с одной стороны, их практической ценностью для приложений, в которых имеется ряд однотипных статистических задач, таких как контроль качества, медицинская диагностика, вопросы идентификации генов при анализе возникновения заболеваний, с другой стороны, необходимостью теоретического обоснования оптимального, в том или ином смысле, выбора стратегии статистического исследования. *Новым* в этой байесовской постановке является то, что во главу угла ставится не малое значение априорной или апостериорной вероятности ошибочного решения, а вероятность отклонения случайного параметра от принятого по выборочным данным решения. Такой подход, называемый d -апостериорным, применим в ситуациях, подобных контролю качества массовой продукции; широко востребованные в настоящее время методы множественного тестирования, применяемые в медико-биологических экспериментах, также могут анализироваться с точки зрения d -апостериорного подхода.

Все представленные автором результаты новые. Эти результаты могут быть использованы в отделах контроля качества производимой предприятиями лекарственной и пищевой продукции, выпускающих медицинские препараты, в экологических лабораториях и в преподавании математической статистики.

Обоснованность и достоверность результатов подтверждается доказательствами всех утверждений, сформулированных в диссертации, автореферат адекватно отражает содержание диссертационной работы.

Имеется небольшое число неточностей и опечаток.

1. В первом абзаце параграфа 3 (стр. 45) ошибки с пунктуацией: отсутствует запятая при перечислении $X_1, X_2 \dots$.
2. На стр. 56 при описании интервала минимальной ширины появилась константа x , которой ранее не было.
3. Было бы корректнее писать «объём» через «ё», а не через «е».

Указанные замечания не умаляют значимости диссертации Салимова Р. Ф. В работе не было найдено сколь-нибудь существенных ошибок. Диссертация соответствует критериям, установленным для Положением «О порядке присуждения ученых степеней». Основные результаты, включенные в диссертацию, опубликованы в научной печати.

Результаты диссертации открывают новые возможности в решении актуальных задач теории и практики статистических решений. Салимов Рустем Фаридович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 - «Теория вероятностей и математическая статистика».

Официальный оппонент:

Старший научный сотрудник лаборатории №1 им. Пинскера
ФГБУН «Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича
Российской академии наук»,
кандидат физ.-мат. наук
Мартынов Геннадий Владимирович

09/04/2021
Мартынов

Контактные данные:

тел.: +7 962 967 78 83

e-mail: martynov@iitp.ru

