

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор

Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова
доктор физико-математических наук, профессор



А.А.Федянин

« 01 » _____ сентября 2014 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ
ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова»

о диссертации ЕЛИСЕЕВОЙ Юлии Сергеевны
"Условия быстрого убывания функций концентрации
сверток вероятностных распределений",
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.05 – "Теория вероятностей и математическая статистика"

Одной из основных задач теории вероятностей является изучение свойств распределений сумм случайных величин, в частности функций концентрации сумм независимых случайных величин. Еще в 60-е годы прошлого века были получены классические неравенства Колмогорова-Рогозина и Эссеена. В последние годы внимание исследователей привлекает поведение функций концентрации взвешенных сумм специального вида: $S_a = a_1 X_1 + \dots + a_n X_n$, где X_1, \dots, X_n – независимые одинаково распределенные случайные величины и a_1, \dots, a_n – числа или векторы. При этом оценки для функции концентрации суммы S_a строятся в зависимости от арифметической структуры коэффициентов a_k . Интерес к задачам такого типа, получивших название проблемы Литтлвуда-Оффорда, связан с активным изучением в настоящее время распределений собственных значений случайных матриц. Поэтому тема диссертации безусловно является актуальной.

Диссертация состоит из шести параграфов, первый из которых – введение. Во введении определены цели работы и основные понятия, в терминах которых ведётся исследование. Там же дан обзор результатов, доказываемых в последующих параграфах. Первый параграф также в основном носит подготовительный характер.

Основные результаты диссертации изложены в параграфах 2-4. Центральной темой здесь является проблема Литтлвуда-Оффорда. Построены оценки для функции концентрации суммы S_a в зависимости от арифметических свойств коэффициентов a_k . Полученные оценки уточняют целый ряд результатов, опубликованных в последние годы в работах Фридланда и Содина (2007), Рудельсона и Вершинина (2008, 2009) и Вершинина (2014). Следует подчеркнуть, что при доказательстве результатов параграфов 2-4 используется единый подход, который упрощает известные ранее доказательства. Также новым является

использование методов работы Эссеена (1968). Оценки для функции концентрации суммы даны не в терминах вероятностей p , связанных с поведением функции концентрации отдельного слагаемого, а в терминах характеристик $M(t)$ типа усеченных вторых моментов слагаемого. С одной стороны использование $M(t)$ уточняет оценки, при этом в ряде случаев существенно, а с другой является более естественным и заметно облегчает вопрос о зависимости оценки от параметров распределения отдельного слагаемого. Тем самым можно утверждать, что результаты параграфов 2-4 соотносятся с результатами, известными ранее, так же, как неравенство Эссеена (1968) с неравенством Колмогорова-Рогозина (1961). Несомненным украшением работы является теорема 4.5 (теорема 6 в автореферате), в которой даны оптимальные оценки.

В параграфе 5 доказаны многомерные обобщения некоторых результатов Арака, в которых в одномерном случае была выявлена связь между скоростью убывания функции концентрации суммы и арифметической структурой носителей распределений независимых случайных величин.

В шестом параграфе показано, что задачу построения оценки для функции концентрации в проблеме Литтлвуда-Оффорда можно свести к оцениванию функций концентрации некоторых симметричных безгранично делимых распределений. При этом оценки, получаемые при таком подходе в проблеме Литтлвуда-Оффорда, дополняют результаты параграфов 2-5.

К недостаткам работы можно отнести следующие.

1. Изложение излишне кратко и в диссертации, и в автореферате. Доказательства утверждений приведены полностью. Однако следовало проиллюстрировать полученные результаты дополнительными примерами, в которых бы демонстрировалось, что использование характеристик $M(t)$ типа усеченных вторых моментов предпочтительнее вероятности p , связанной с поведением функции концентрации отдельного слагаемого.

2. Не очень удачными и информативными представляются названия параграфов работы.

3. Видимо, в формулировке теоремы 1.14 в диссертации, соответственно теоремы 5 в автореферате, в третьем предложении следовало добавить «при некотором L ».

Эти небольшие недочеты не портят очень благоприятного впечатления от представленной диссертации, выполненной на высоком математическом уровне.

Оценивая диссертацию в целом, можно сказать, что автором самостоятельно получены оригинальные результаты, которые вносят заметный вклад в такой важный раздел теории вероятностей, как функции концентрации, и тем самым имеют значительную теоретическую ценность. Тема диссертации актуальна, а положения и выводы, содержащиеся в ней, являются новыми и обоснованными. Ю.С.Елисеева вполне владеет сложной техникой современной теории вероятностей, проявила себя способным, инициативным и самостоятельным исследователем.

По теме диссертации имеется 3 публикации (все три статьи в изданиях списка ВАК), достаточно полно отражающие её основные результаты. Эти результаты также доложены на ряде значимых международных конференций, проходивших в Санкт-Петербурге. Диссертация читается достаточно легко, она

содержит все необходимые сведения по истории рассматриваемых проблем, а также мотивировки выбранных тем исследования и подробное изложение результатов, что свидетельствует о научной зрелости автора.

Результаты диссертации Ю.С.Елисейевой могут быть использованы в организациях, ведущих исследования по функциям концентрации и их применениям: Математическом институте РАН им.В.А.Стеклова, Московском, Санкт-Петербургском и Новосибирском государственных университетах, а также в других учебных и научных центрах России.

Диссертационная работа Ю.С.Елисейевой «Условия быстрого убывания функций концентрации сверток вероятностных распределений» является законченным научным исследованием и удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям по математике, а её автор Елисейева Юлия Сергеевна заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика».

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук по специальности 01.01.05 Ульяновым Владимиром Васильевичем, обсуждён и одобрен на заседании кафедры математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова. Протокол № 06 от " 26 " ноября 2014 г.

Декан факультета ВМК МГУ
академик РАН



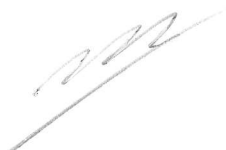
Е.И.Моисеев

Профессор кафедры математической
статистики факультета ВМК МГУ,
доктор физико-математических наук



В.В.Ульянов

Ученый секретарь кафедры математической
статистики факультета ВМК МГУ,
доктор физико-математических наук



О.В.Шестаков