

Отзыв научного руководителя о кандидатской диссертации
А. А. Логунова "О граничных свойствах гармонических функций"

Теория гармонических функций – классическая и давняя тема математического анализа и математической физики – разработана глубоко и всесторонне. Тем не менее, многие естественные вопросы, относящиеся к гармоническим функциям, остаются открытыми. Это относится в первую очередь к функциям трех и большего числа переменных. В размерности два ситуация сильно упрощается благодаря комплексному умножению и конформным отображениям.

В диссертации А. А. Логунова дано решение нескольких важных задач теории гармонических функций и решений эллиптических дифференциальных уравнений.

Первая глава посвящена изучению класса $F(\Omega, Z)$ всех функций, гармонических в области $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, исчезающих на ее подмножестве Z и отличных от нуля всюду в $\Omega \setminus Z$. В недавней работе Мангуби было показано, что при $n = 2$ любые два элемента u, v множества $F(\Omega, Z)$ связаны равенством $u = fv$, где f – функция, гладкая и отличная от нуля всюду в Ω , а градиент логарифма модуля f допускает равномерную оценку на компактных подмножествах области Ω . Оценка зависит только от множества Z . В первой главе диссертации этот результат, обобщен на размерность $n = 3$, причем множитель f оказывается вещественно аналитической функцией. При $n = 2, 3$ получены оценки градиента и старших производных функции f . Их можно трактовать, как обобщение классических оценок Гарпака для положительных гармонических функций.

Вторая глава посвящена обобщению известной теоремы Левинсона о двойном логарифме (критерий нормальности семейства функций, голоморфных в прямоугольнике). Здесь получено обобщение теоремы Левинсона на семейства гармонических функций любого числа переменных. Доказательство представляет собой красивую редукцию общего многомерного случая к оригинальной "голоморфной" версии.

Третья глава содержит обобщение тауберовой теоремы Люмиса-Рудина о радиальных пределах функций, гармонических и положительных в шаре. Здесь дан подробный анализ асимптотики положительных в многомерном полупространстве гармонических функций вдоль нормалей к границе. Изучено поведение положительных решений эллиптических уравнений в областях с достаточно гладкой границей.

В работе над диссертацией А. А. Логунов проявил себя как инициативный, вполне самостоятельный исследователь. Эти его качества проявились не только при решении, но и при постановке задач. Третья глава выросла из его студенческой работы, тему которой предложил ему я. А эффективные постановки задач первых двух глав и методы их решения я узнал от диссертанта. В этой части моя роль свелась к обсуждению результатов и участию в редактировании первых вариантов изложения.

Я считаю, что работа А. А. Логунова вполне удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор несомненно достоин ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доктор ф.-м. наук *В. Хавин* В. П. Хавин

