

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Петровой Елены Александровны «О комбинаторных свойствах неповторных языков», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика

Актуальность темы. Повторные языки являются одним из важнейших объектов исследований в комбинаторике слов — относительно молодой и активно развивающейся отрасли теоретических компьютерных наук, которая находит приложения во многих других областях дискретной математики, таких как теория полугрупп, символьная динамика, теория кодирования, теория автоматов и т.д. Повторные языки состоят из слов, не содержащих внутри себя определённых структурных элементов, называемых повторами. Первые работы, посвящённые этой тематике, принадлежат норвежскому математику Акселю Туэ, который в начале XX века занимался изучением неповторных языков над двухбуквенным и трёхбуквенным алфавитами. Со времён Туэ тема неповторных языков получила весьма широкое развитие и породила множество проблем, многие из которых до сих пор остаются открытыми. Исследованием неповторных языков занимались такие известные учёные как Аршон, Берстель, Морс, Сиболд, Крошмор, Рестиво, Салеми, Бранденбург и другие. Повторные языки, изучаемые в диссертации, — бинарный бескубный и тернарный бесквадратный, — относятся к числу наиболее популярных в комбинаторике слов.

Обзор диссертации по главам. Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения. Во введении приведены все основные понятия и утверждения, используемые в главах диссертации, дан весьма подробный и тщательный библиографический обзор исследований по теме диссертации, который структурирован по сформировавшимся на данный момент направлениям в изучении неповторных языков, сделан обзор диссертации с формулировками всех основных результатов.

Первая глава диссертации посвящена исследованию предмаксимальных слов. Основными результатами являются теоремы о существовании односто-

ронних предмаксимальных и двусторонних предмаксимальных слов произвольного конечного уровня в бинарном бескубном языке и их аналоги для тернарного бесквадратного языка. В случае тернарного бесквадратного языка решена открытая проблема, поставленная Рестиво и Салеми в статье 1985 года, а также сформулированная в известной книге Аллуша и Шаллита «Automatic Sequences» 2003 года. Интересно отметить, что для получения результатов о бесквадратных и бескубных словах использованы совершенно разные техники.

Во второй главе изучаются так называемые буквенные шаблоны в тернарном бесквадратном языке. Показано, что шаблоны длины менее 5 неизбежны, дана классификация пяти- и шестибуквенных шаблонов, а также рассмотрена возможность расширить исследование тем же методом на случай семибуквенных шаблонов, что полностью завершило бы классификацию буквенных шаблонов по избегаемости в тернарном бесквадратном языке.

В третьей главе диссертации изучается задача, связанная с оценкой длины максимального фиксированного продолжения слова в неповторном языке. Основным результатом является доказательство логарифмической оценки длины фиксированного продолжения слова от длины самого слова в случае тернарного бесквадратного языка, а также полученная нижняя оценка на частоту ветвления префиксного дерева этого же языка. Ранее другим исследователям (Сони, Шелтон, Карри) удавалось доказать только субполиномиальную оценку на длину фиксированного продолжения.

Замечания к работе. К работе имеются следующие замечания:

1. В конце первой главы не хватает аналога замечания 7, оценивающего скорость роста длины слова с ростом длины фиксированного контекста.
2. В замечании 8 не упомянуто, что речь идёт о бесконечном маршруте.
3. Рисунки оформлены вразнобой: подпись приводится то сверху, то снизу.

Данные замечания ни в коей мере не снижают научной ценности работы.

Заключение. Главы диссертации хорошо структурированы, используемые и разработанные автором конструкции и методы подробно описаны, все полу-

ченные в диссертации утверждения снабжены подробными доказательствами.

Все результаты диссертации являются новыми, строго доказанными математическими утверждениями и представляют несомненный научный интерес. По диссертации опубликовано 7 работ, из них 4 в изданиях, включённых в перечень ВАК. Автореферат точно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа Петровой Е. А. отвечает всем критериям раздела II Положения о присуждении учёных степеней, установленным для кандидатских диссертаций, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика.

11 мая 2016 г.

Официальный оппонент:

к. ф.-м. н., научный сотрудник лаборатории алгоритмических методов
ФГБУН «Санкт-Петербургское отделение Математического института
им. В. А. Стеклова РАН», 191023, Санкт-Петербург, наб.р. Фонтанки, д. 27
kulikov@logic.pdmi.ras.ru,
+7 (812) 312-40-58

А. С. Куликов

Подпись официального оппонента заверяю.
директор Санкт-Петербургского отделения
Математического института им. В. А. Стеклова РАН,
член-корреспондент РАН



С. В. Кисляков