ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Горшановой Анастасии

на тему: «Некоторые вопросы аппроксимации системами всплесков »

по специальности

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

В диссертации изучаются вопросы аппроксимации системами периодических и непериодических всплесков, заданных на действительной прямой и на полупрямой, с операцией диадического сложения. Работа является исследованием по теории приближений, и теории всплесков (вейвлетов).Теория всплесков как самостоятельный раздел анализа сформировалась в конце прошлого века под влиянием таких выдающихся математиков как Ив Мейер, Стефан Малла, Карл де Бор и др. и быстро стала мощным инструментом как теоретических, как и в прикладных исследованиях. Один из основоположников теории вейвлетов, французский математик Ив Мейер, получил премию Абеля «за решающую роль в разработке математической теории вейвлетов». В настоящее время инструменты вейвлет анализа применяются во всех системах компьютерной математики, они нашли многочисленные применения в задачах сжатия и передачи информации, численных методах решения уравнений с частными производными, теории машинного обучения и других областях. В последние 20 лет активизировались работы по изучению и применению методов вейвлет анализа на абстрактных алгебраических структурах, таких как двоичные группы, группы Виленкина, локальные поля положительной и нулевой характеристики. Кроме прикладных вопросов продолжаются исследования внутренних проблем, возникающих в теории вейвлетов. Это означает, что тематика диссертации *актуальна и востребована*.

В первой главе диссертации изучаются аппроксимационные свойства периодических вейвлет-систем, образующих биортогональный базис в пространствах L^p $1 < p < \infty$ или C и получено неравенство типа Джексона. Базисы строятся с помощью (p,q)- пары периодических кратномасштабных анализов. В отличие от результатов предшественников теорема доказана для нестационарных систем, то есть систем, порождаемых сдвигами целого семейства масштабирующих функций, а не одной функции, как это имеет место в стационарном случае. Отличаются также и условия, обеспечивающие неравенство, в частности не требуется наличие мажоранты на масштабирующие функции.

Во второй главе изучаются периодические вейвлет-системы, образующие фреймы Парсеваля в пространстве L^2. В первой части главы найдены условия, необходимые и достаточные для того, чтобы система являлась фреймом Парсеваля. Достаточные условия, сформулированные в виде унитарного принципа расширения, широко применяются при построении фреймов как в периодическом, так и в непериодическом случаях. Однако известные ранее критерии, сформулированные в терминах фундаментальной функции, не давали явного способа построения фрейма. В диссертации впервые сформулированы именно конструктивные необходимые и достаточные условия. Во второй части главы изучается соотношение между порядками аппроксимации кратномасштабным анализом и фреймом для систем, описываемых критерием, полученным в первой части главы. Приведены условия, при которых эти порядки совпадают. Ранее эта взаимосвязь была изучена только для непериодических систем.

В третьей главе рассмотрена задача приближения фреймами Парсеваля на двоичной полупрямой т.е на полупрямой с операцией двоичного сложения.

Отображение Файна переводит двоичную полупрямую на двоичную группу. Поэтому задача построения фреймов Парсеваля и вопросы сходимости на двоичной полупрямой равносильны этой задаче на локально компактной двоичной группе. На двоичной группе эта проблема рассматривалась в работах Ю.Фаркова, М.Скопиной и Е.Лебедевой. В работе [20] была получена оценка аппроксимации в L_2 . Вопросы приближения фреймами Парсеваля подробно изучались и для функций, определенных на действительной прямой. При этом дополнительно предполагалось наличие суммируемой мажоранты специального вида и дополнительные условия на гладкость вейвлетов. В предлагаемой диссертации получены теоремы сходимости разложений по норме L^p $(p > 1)$ в предположении, что носитель масштабирующей функции лежит в отрезке $[0, 2^n]$, а система всплесков построена по принципу унитарного расширения. Результат оказался несколько неожиданным. Результаты этой главы опубликованы в работе Горшанова А.А., Лебедева Е.А. О сходимости разложений по системам диадических всплесков. Алгебра и Анализ, **37**, (2025), 5, 179-197.

Сделаем некоторые замечания.

1) Стр. 17, строка 3-. Ошибка в слове "биортонормированные" .

2) Рассмотрение вопросов представления в двоичной группе позволяет использовать теорию двойственности Понтрягина.

3) Стр. 66, строки 2+,4+,7+. Вместо $j \in \mathbb{Z}_+$ должно быть $j \in \mathbb{Z}$.

4) По всему тексту работы встречается два символа, обозначающие L^p пространства: $L^p = L^p(\mathbb{R})$ и $L_p = L_p\,[0,1]$ Вряд ли это хорошо.

Указанные недочеты не носят принципиального характера и не умаляют научных достоинств диссертации. *Достоверность полученных результатов подтверждается подробными доказательствами*. Особо отметим подробное описание известных ранее результатов, относящихся к тематике исследования, приведенное во введении и предваряющее результаты каждой главы. Это *подтверждает новизну* полученных результатов. Автор четко указывает, что было известно ранее и что сделано в работе. Фреймы Парсеваля являются важным инструментов в обработке изображений, что указывает на *значимость полученных результатов для науки и практики.*

Работа написана строгим, но не сухим языком, содержит все необходимые предварительные сведения и вспомогательные результаты. Работа представляет собой полноценное завершенное математическое исследование. Полученные результаты показывают глубокое знание предмета, хорошее владение аналитической техникой и найдут применение в теории всплесков, теории обработки информации. Они будут интересны специалистам из МГУ им.М.В.Ломоносова, Математического института им. В.А.Стеклова РАН, СПбГУ, Воронежского, Самарского, Саратовского государственных университетов, ИММ УрО РАН. Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в ведущих научных изданиях. Математические результаты и разработанные методы достаточны для защиты кандидатской диссертации. Диссертационная работа Анастасии Горшановой соответствует всем критериям *«Положения о присуждении ученых степеней»*, утвержденного Постановлениям Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. №842, установленным для кандидатской диссертации, а ее автор, Горшанова Анастасия, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук
профессор кафедры математического анализа
ФГБОУ ВО «Саратовский национальный
исследовательский государственный
университет имени Н.Г.Чернышевского»
ЛУКОМСКИЙ Сергей Федорович

28.042026

Контактные данные:

Тел.+7(905)3881398, e-mail:LukomskiiSF@info.sgu.ru

Адрес места работы:

410012, г.Саратов, ул. Астраханская 83, корпус 9,

ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г.Чернышевского», механико-математический факультет, кафедра математического анализа

Тел. +7(8452)26-15-54, e-mail: mexmat@sgu.ru

Подпись удостоверяю
Ученый секретарь
Ученого совета СГУ Н.Г. Семенова
«28» апреля 2026 г.